Känguru der Mathematik 2003
Gruppe Kadett (7. und 8. Schulstufe)
20.3.2003

3 Punkte Beispiele

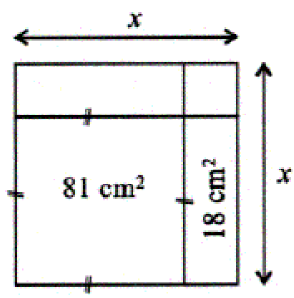
1) Thomas hat 9 Hundert-Euro-Scheine, 9 Zehn-Euro-Scheine und 10 Ein-Euro-Münzen. Wie viel Euro hat er?

A) 1000 B) 991 C) 9910 D) 9901 E) 99010

Antwort: A

$9 \cdot 100 + 9 \cdot 10 + 10 \cdot 1 = 900 + 90 + 10 = 1000$

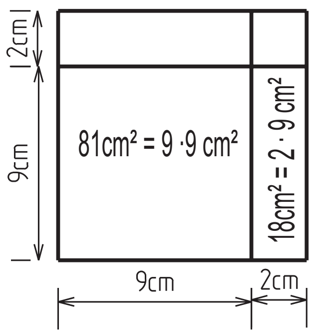
2) Welche Länge hat x in der nebenstehenden Figur?



A) 9 cm B) 2 cm C) 7 cm D) 11 cm E) 10 cm

Antwort: D

Das innere Quadrat mit 81 cm^2 Fläche muss die Maße 9cm $\times$ 9cm haben. Damit hat das Rechteck mit 18cm^2 Fläche die Maße 9cm $\times$ 2cm. Damit ist beträgt die Länge $x = 9 + 2 = 11$cm.



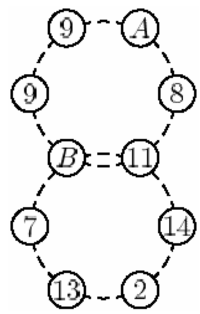
3) Bettina addiert gerne die Ziffern in der Anzeige ihrer Digitaluhr. Um 21:17 Uhr erhält sie zum Beispiel 11. Was ist die größte Zahl, die Bettina auf diese Art errechnen kann?

A) 24 B) 36 C) 19 D) 25 E) Eine andere Zahl.

Antwort: A

Die gesuchte Uhrzeit beträgt 19: 59. Damit: $1 + 9 + 5 + 9 = 24$.

4) Die Summe der 6 Zahlen ist in jedem Ring 55. Wie groß ist A?



A) 9 B) 10 C) 13 D) 16 E) 17

Antwort: B

Zunächst berechnet man im unteren Ring die Zahl B:

$\mathbf{B} + 11 + 14 + 2 + 13 + 7 = 55 \Rightarrow \mathbf{B} + 47 = 55 \Rightarrow \mathbf{B} = \mathbf{8}$.

Im oberen Ring ergibt sich daher:

$A + 8 + 11 + \mathbf{8} + 9 + 9 = 55 \Rightarrow A + 45 = 55 \Rightarrow 10$.

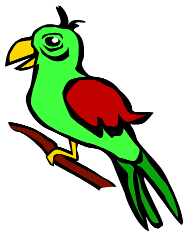
5) Es stehen an der Straße zwischen Dimitris Haus und dem Schwimmbad 17 Bäume. Dimitri markiert einige Bäume mit einem roten Band. Am Weg zum Schwimmbad markiert er den ersten Baum, und danach jeden zweiten. Am Rückweg markiert er den ersten Baum und danach jeden dritten. Wie viele Bäume hat er in der Straße nicht markiert?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

<u>Antwort:</u> B

Auf dem Hinweg markiert er die Bäume 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15.
Auf dem Rückweg markiert er die Bäume 15, 12, 9, 6, 3.
Damit bleiben Baum 2, 4, 8, 10, 14 ohne Markierung, das sind 5 Bäume.

6) In einer Zoohandlung waren in einem Käfig 5 Papageie. Ihr durchschnittlicher Wert war € 6000. Eines Tages ist der teuerste Papagei entkommen. Der durchschnittliche Wert der verbliebenen vier Papageie war dann nur mehr € 5000. Wie viel war der entkommene Papagei wert?



A) € 1000 B) € 2000 C) € 5500 D) € 6000 E) € 10000

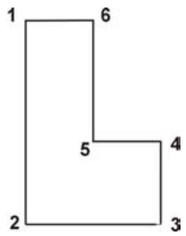
<u>Antwort:</u> E

Der Gesamtwert der verbleibenden Papageie beträgt $4 \cdot 5000 = €20000$.
Der Gesamtwert aller 5 Papageie war aber zuvor $5 \cdot 6000 = €30000$. Daher war der entflogene Papagei €10000 wert.

7) Höchstens wie oft können in einem Sechseck (das eventuell auch einspringende Ecken haben kann) auf einander folgende Seiten zueinander normal stehen?

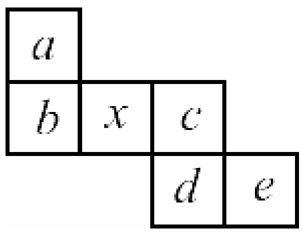
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

<u>Antwort:</u> E



Siehe Skizze!

8) Das abgebildete Würfelnetz wird ausgeschnitten und zu einem Würfel gefaltet. Welcher Buchstabe ist auf der Fläche, die der Fläche mit dem x gegenüberliegt?



A) a B) b C) c D) d E) e

<u>Antwort:</u> E

X hat laut Skizze mit den Seiten a,b,c,d mindestens eine Ecke gemeinsam. Nur mit der Fläche e existiert kein gemeinsamer Punkt. Also muss e die gegenüberliegende Seitenfläche sein!

9) Auf einem Blatt Papier werden vier Strecken gezeichnet. Welche Anzahl von Schnittpunkten kann man dabei nicht erhalten?

A) 2 B) 3 C) 5 D) 6 E) 7

Antwort: **E**

2 Strecken haben höchstens einen Schnittpunkt gemeinsam. Wenn man eine dritte Strecke dazunimmt, entstehen höchstens 2 neue Schnittpunkte. Eine vierte Strecke kann mit den ersten drei Strecken höchstens drei weitere neue Schnittpunkte ergeben. Daher: Im Höchstfall ergeben sich somit 6 Schnittpunkte und 7 kann nie erreicht werden.

10) Welche der folgenden Zahlen ergibt bei Multiplikation mit 768 die Zahl mit der größten Anzahl von Nullen am Ende?

A) 7500 B) 5000 C) 3125 D) 2500 E) 10000

Antwort: **C**

$768 = 2{\cdot}2{\cdot}2{\cdot}2{\cdot}2{\cdot}2{\cdot}2{\cdot}2{\cdot}3$; $3125 = 5{\cdot}5{\cdot}5{\cdot}5{\cdot}5$

Multipliziert man 768 mit 3125, dann bildet sich 5-mal die Paarung $2{\cdot}5 = 10$.
Daher hat dieses Produkt 5 Nullen.
In A) B) D) stecken jeweils nur 4 „5er", d.h. es können sich nur 4 Nullen ergeben. E) ergibt ebenfalls 4 Nullen.

4 Punkte Beispiele

11) Eine Flasche und ein Glas fassen zusammen so viel wie ein Krug. Eine Flasche fasst so viel wie ein Glas und ein Becher. Drei Becher fassen so viel wie zwei Krüge. Dann fasst ein Becher so viel wie

A) 3 Gläser B) 4 Gläser C) 5 Gläser D) 6 Gläser E) 7 Gläser

Antwort: **B**

F = Flasche, G = Glas, B = Becher, K = Krug
Folgende drei Bedingungen sind gegeben:
(1): $F + G = K$; (2): $F = G + B$; (3): $3B = 2K$
Durch Einsetzen von (2) in (1) erhält man (4): $(G + B) + G = K \Rightarrow 2G + B = K$
Multipliziert man (4) mit 2 erhält man die Gleichung $4G + 2B = 2K$.
Ersetzt man nun die 2K aus dieser Gleichung durch 3B (Bedingung (3)), dann erhält man $4G + 2B = 3B$. Daraus ergibt sich unschwer $4G = B$!

12) In einem Verlies waren rote und grüne Drachen. Jeder rote Drachen hatte 6 Köpfe, 8 Beine und 2 Schwänze. Jeder grüne Drachen hatte 8 Köpfe, 6 Beine und 4 Schwänze. Zusammen hatten die Drachen 44 Schwänze. Es gab auch um 6 grüne Beine weniger als es rote Köpfe gab. Wie viele rote Drachen waren im Verlies?

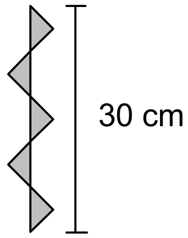
A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

Antwort: **C**

Rote Drachen R haben gleich viele Köpfe wie grüne Drachen G. Da es nun 6 grüne Beine weniger gibt als rote Köpfe, muss es daher genau um 1 grünen Drachen weniger geben als rote d.h. (1) $G = R - 1$
Die Anzahl der Schwänze errechnet sich, indem man die Anzahl der roten Drachen mit 2 und die Anzahl der grünen Drachen mit 4 multipliziert und addiert, d.h. (2) $2R + 4G = 44$
Setzt man (1) in (2) ein ergibt sich: $2R + 4(R - 1) = 44$. Daraus rechnet man

weiter 2R + 4R – 4 = 44 $\Rightarrow$ 6R – 4 = 44 $\Rightarrow$ 6R = 48 $\Rightarrow$ R = 8.
Es gibt also 8 rote Drachen!

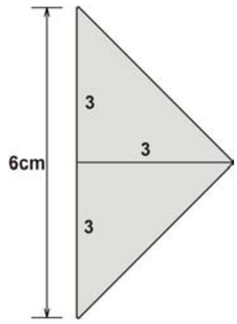
13) Die abgebildete Figur ist aus fünf gleich großen gleichschenkelig rechtwinkeligen Dreiecken zusammengesetzt. Bestimme die Fläche der Figur.



A) 20 cm^2 B) 25 cm^2 C) 35 cm^2 D) 45 cm^2
E) Die Fläche kann nicht eindeutig bestimmt werden.

Antwort: D

Die Hypotenuse eines solchen gleichschenkelig rechtwinkeligen Dreiecks ist 30cm : 5 = 6cm.
Halbiert man dieses Dreieck (siehe Skizze), dann erhält man zwei neue gleichschenkelig rechtwinkelige Dreiecke mit Kathetenlänge 3cm
$\Rightarrow$ Die Fläche des ursprünglichen gleichschenkeligen rechtwinkeligen Dreiecks beträgt daher $2 \cdot \frac{3 \cdot 3}{2} = 9cm^2$.
Alle 5 Dreiecke zusammen haben also 45cm^2 Fläche.



14) Ein Stück Transparentpapier liegt auf dem Tische. Ich schreibe den Buchstaben y auf dieses Blatt. Ich drehe das Blatt um 90^0 im Uhrzeigersinn. Ich wende dann das Blatt nach links und drehe es schließlich um 180^0 gegen den Uhrzeigersinn. Welches Bild sehe ich?

A)  B)  C)  D)  E) 

Antwort: A

Antwort B), C), D) fallen aus, da das Blatt nur einmal gewendet wurde und damit „**y**“ spiegelverkehrt daliegen muss. Da es im ersten Schritt um 90° gedreht wurde und damit „seitlich“ zu liegen kam, durch das Wenden die seitliche Lage erhalten blieb und die weitere Drehung 180° betrug, muss es „seitlich“ liegen. $\Rightarrow$ A)

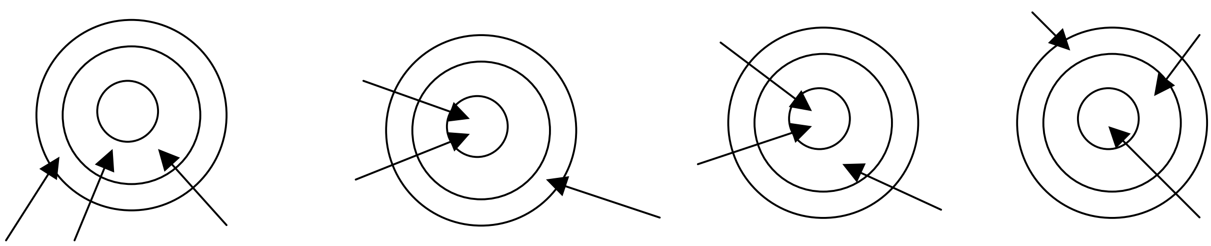
15) Michael hat 42 Würfel mit Kantenlänge 1 cm. Er baut aus allen Würfeln einen festen Quader mit dem Basisumfang 18 cm. Wie hoch ist der Quader?

A) 1 cm B) 2 cm C) 3 cm D) 4 cm E) 5 cm

Antwort: C

Das Volumen des Quaders ist a·b·h = 42cm^2, wobei a, b die Basiskanten sind. 42 lässt sich zerlegen in 1·2·3·7 = 42. Da der halbe Umfang der Basis a + b = 9 ist, müssen a = 7cm, b = 2cm und h = 3cm sein!

16) Anja wirft Pfeile auf eine Zielscheibe. Auf der ersten Scheibe erreicht sie 29 Punkte, auf der zweiten 43 und auf der dritten 47. Wie viele Punkte erreicht sie auf der vierten Scheibe?



A) 31 B) 33 C) 36 D) 38 E) 39

Antwort: C

A bezeichne den äußeren Ring, B den mittleren und C den inneren Ring.
Damit sind durch die ersten drei Scheiben folgende Bedingungen festgelegt:
(1) $A + 2B = 29$; (2) $2C + A = 43$; (3) $2C + B = 47$.
Aus (2) und (3) folgt sofort, dass (4) $A + 4 = B$ sein muss.
Setzt man nun diese Bed. (4) in (1) ein erhält man $A + 2\cdot(A + 4) = 29 \Rightarrow$
$\Rightarrow A + 2A + 8 = 29 \Rightarrow 3A + 8 = 29 \Rightarrow 3A = 21 \Rightarrow \underline{A = 7}$
Aus (4) erhält man sofort $\underline{B = 11}$.
Aus (2) erhält man $2C + 7 = 43 \Rightarrow 2C = 36 \Rightarrow \underline{C = 18}$
Die vierte Scheibe: $A + B + C = 7 + 11 + 18 = 36$.

17) Ein LKW wiegt ohne Ladung 2000 kg. Er wird so beladen, dass die Ladung 80% des Gesamtgewichts ausmacht. Beim ersten Halt wird ein Viertel der Ladung abgegeben. Welchen Prozentsatz des Gesamtgewichts macht dann die Ladung aus?

A) 20% B) 25% C) 55% D) 60% E) 75%

Antwort: E

Wenn die LKW-Ladung 80% des Gesamtgewichts ausmacht, dann sind die 2000kg Eigengewicht 20% des Gesamtgewichts. Die Ladung beträgt also 8000kg. Es werden 25% der 8000Kg, das sind 2000 kg entladen.
Das neue Gesamtgewicht beträgt nun 8000kg und die Ladung 6000kg.
6000kg von 8000kg sind aber $\frac{3}{4}$ bzw. 75% des neuen Gesamtgewichts.

18) Du hast sechs Stäbe mit den Längen 1 cm, 2 cm, 3 cm, 2001 cm, 2002 cm und 2003 cm. Du sollst drei dieser Stäbe auswählen und sie dann als Seiten eines Dreiecks legen. Auf wie viele verschiedene Arten kannst Du die Stäbe auswählen?

A) 1 B) 3 C) 5 D) 6 E) mehr als 50

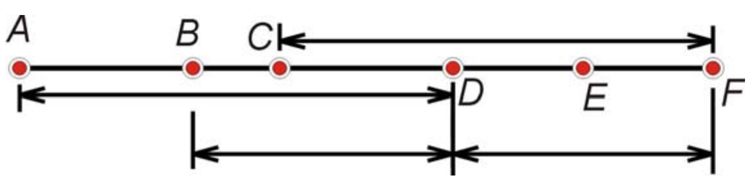
Antwort: D

Man muss darauf achten, dass ein Dreieck nur dann gelegt werden kann, wenn die Summe zweier Seitenlängen größer ist als die dritte Seite (Dreiecksungleichung). Folgende Dreiecke können also gelegt werden:
[2001,2002,2003], [2001,2002,3], [2001,2003,3], [2002,2003,3],[2001,2002,2], [2002,2003,2] also 6 Dreiecke.

19) Sechs Punkte A, B, C, D, E, F werden von links nach rechts auf einer Geraden in den genannten Reihenfolge markiert. Wir wissen, dass AD = CF und BD = DF gelten. Dann gilt sicher auch

A) $AB = BC$ B) $BC = DE$ C) $BD = EF$ D) $AB = CD$ E) $CD = EF$

Antwort: D



Wie man aus der Skizze erkennen kann gilt:
$AD = BD + AB$ und $CF = DF + CD$.
Wegen $AD = CF$ ergibt sich: $BD + AB = DF + CD$.
Da $BD = DF$ (laut Angabe) muss, damit die Gleichung stimmt $AB = CD$ sein!

20) Lisa hat 6 Karten. Auf jeder Karte steht eine positive ganze Zahl. Sie wählt jeweils 3 Karten aus und addiert die Zahlen auf diesen drei Karten. Nachdem sie dies für alle 20 mögliche Gruppen von jeweils 3 Karten durchgeführt hat, sieht sie, dass sie zehnmal die Summe 16 und zehnmal die Summe 18 erhält. Was ist die kleinste Zahl, die auf einer Karte steht?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Antwort: C

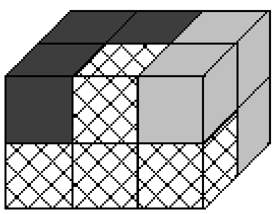
Die 6 Karten seien mit den Buchstaben A,B,C,D,E F bezeichnet. Wenn man nun alle 20 möglichen Dreierkombinationen aufschreibt, so sieht man, dass jede Karte genau 10-mal in den Kombinationen auftaucht:
ABC,ABD,ABE,ABF,ACD,ACE,ACF,ADE,ADF,AEF
BCD,BCE,BCF,BDE,BDF,BEF,CDE,CDF,CEF,DEF
Wenn man die gleichen Summen betrachtet, sieht man dass auf sehr vielen der Karten dieselbe Zahl stehen muss: z.B

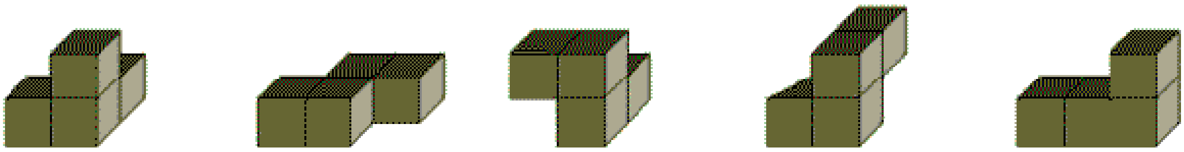
$$A + B + C = A + B + D \Rightarrow C = D$$
$$A + B + C = A + C + E \Rightarrow B = E$$
$$A + B + C = A + B + E \Rightarrow C = E$$
$$A + B + C = A + B + F \Rightarrow C = F$$

Aus diesen 5 Kombinationen würde schon folgen, dass $B = C = D = E = F$!
Laut Vorraussetzung gibt es aber zwei verschiedene Summen, die gebildet werden können. Das kann aber nur dann sein, wenn in der einen Gruppe alle 10 Kombinationen mit einer bestimmten Karte vorkommen und in den anderen 10 die restlichen Kombinationen z.B. o.E.d.A alle Kombinationen mit der Karte A (siehe oben die erste Zeile von 10 Kombinationen) bilden die erste Gruppe und die andere Gruppe wird von den restlichen gebildet.
Wie oben vorgeführt lässt sich sofort leicht zeigen, dass alle Karten der zweiten Kombination dieselbe Zahl tragen müssen. Das heißt aber, dass die zweite Gruppe die Summe 18 ergeben muss (16 ist nicht durch drei teilbar und die Kartenwerte müssen positive ganze Zahlen sein!) und damit B=C=D=E=F= 6 sein muss. Damit ergibt sich die Summe der ersten Gruppe: $A + 6 + 6 = 16$. Das ist genau dann der Fall wenn $A = 4$!
Die kleinste Zahl die auf den Karten stehen kann ist also 4!

5 Punkte Beispiele

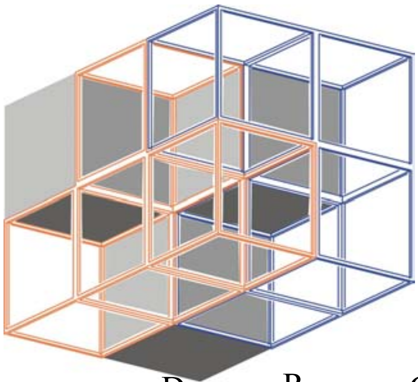
21) Florian hat einen Quader aus drei Teilen gebaut, von dem jeder aus 4 Würfeln besteht. Wie sieht der schwarze Teil aus?





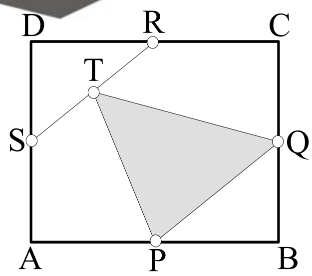
A) B) C) D) E)

Antwort: **A**



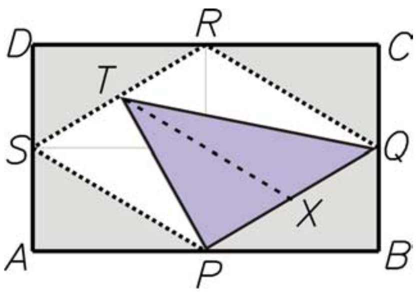
In der nebenstehenden Abbildung ist der Sachverhalt in einer Ansicht von unten dargestellt! Der Teil A (grau gefärbt) steht dabei auf dem „Kopf"!

22) Im Rechteck ABCD sind P, Q, R und S die Mittelpunkte der Seiten AB, BC, CD und AD. T ist der Mittelpunkt von SR. Welchen Bruchteil der Fläche von ABCD wird vom Dreieck ΔPQT eingenommen?



A) 1/4 B) 5/16 C) 1/5 D) 1/6 E) 3/8

Antwort: **A**



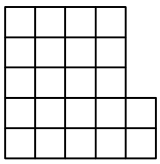
Lösung 1: Die Punkte *PQRS* bilden eine Raute, deren Fläche genau halb so groß wie die von *ABCD* ist. Nimmt man nun auf *PQ* den Halbierungspunkt *X* dieser Strecke an, so sieht man, dass mit *TX*, *TP*, *TQ* diese Raute in genau 4 flächengleiche Teile unterteilt wird $\Rightarrow$

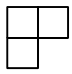
$A_{PQT} = \frac{1}{2} A_{PQRS}$ und $A_{PQRS} = \frac{1}{2} A_{ABCD} \Rightarrow$

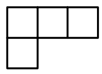
$A_{PQT} = \frac{1}{4} A_{ABCD}$.

Lösung 2: *SR* ist parallel zu *PQ*. Verschiebt man *T* auf *SR* nach *S*, dann entsteht ein zu *PQT* flächengleiches Dreieck *PQS* (gleiche Grundlinie *PQ* und gleiche Höhe auf *PQ*). Wie man der Skizze leicht sieht ist *PQS* genau die Hälfte von *PQRS* und somit ein Viertel von *ABCD*.

23) Karl möchte das gezeichnete Gitter in kleine Teile der abgebildeten Art (3-Quadrat Teile und 4-Quadrat Teile) zerschneiden. Was ist die kleinste Zahl der 3-Quadrat Teile, die er dabei erhalten kann?



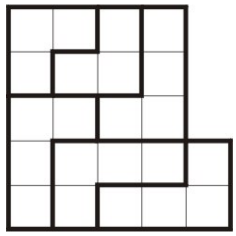




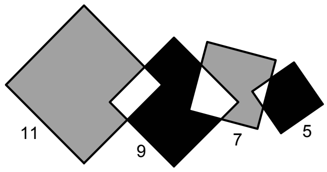
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4
E) Karl kann das Gitter nicht auf diese Art zerschneiden.

Antwort: **B**

Das Gitter besteht aus 22 Quadraten. Damit kommt von vornherein nur Antwort B oder E in Betracht, denn $4 \cdot 4 + \mathbf{2} \cdot 3 = 22$ (bzw. eventuell $1 \cdot 4 + 6 \cdot 3 = 22$, was aber als einzige Lösung nicht in Betracht kommen kann, da sonst ein Fehler in der Angabe wäre. Damit scheidet aber vermutlich gleichzeitig auch bereits E aus!) Wie eine solche Aufteilung erfolgen könnte ist in der Skizze dargestellt.



24)



$A_{\square} - A_{\blacksquare} =$

A) 25 B) 36
C) 49 D) 64
E) 0

<u>Antwort:</u> B

Der Überlappungsbereich der Quadrate spielt keine Rolle, da jeweils gleich große Flächenstücke der schwarzen bzw. grauen Flächen verloren gehen. Somit errechnet man: $11^2 + 7^2 - (9^2 + 5^2) = 170 - 106 = 64$

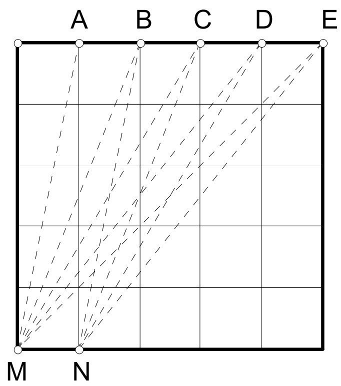
25) In einem Bücherregal stehen 50 Mathematik- und Physikbücher. Es stehen keine zwei Physikbücher neben einander, aber jedes Mathematikbuch steht neben einem anderen Mathematikbuch. Welche der folgenden Aussagen könnte eventuell falsch sein?

A) Die Anzahl der Mathematikbücher ist mindestens 32.
B) Die Anzahl der Physikbücher ist höchstens 17.
C) Es gibt 3 Mathematikbücher, die hintereinander stehen.
D) Wenn es 17 Physikbücher gibt, ist eines davon das Erste oder Letzte im Regal.
E) Unter 9 auf einander folgenden Büchern sind immer mindestens 6 Mathematikbücher.

<u>Antwort:</u> C

M seien die Mathematik-Bücher, P die Physikbücher.
Um die kleinstmögliche Anzahl von M-Büchern zu ermitteln nehmen wir zunächst an, dass immer genau 2 M-Bücher nebeneinander stehen. Damit ergeben sich Dreiergruppen der Art MMP, MMP,MMP… (bzw. PMM,PMM..)
Bei 50 Büchern lassen sich genau 16 solcher Gruppen bilden. Wenn man nun die Ränder betrachtet, dann gibt es 2 Fälle zu unterscheiden:
Fall1: MMPMMPMMP…….MMPMM d.h. links und rechts beginnt man mit 2 M-Büchern. In dem Fall gibt es $17 \cdot 2 = 34$ M-Bücher.
Fall2: PMMPMMP….MMPMMMP d.h. irgendwann müssen 3 M-Bücher nebeneinander stehen, da am Rand nie ein einzelnes M-Buch stehen kann. In dem Fall gibt es $15 \cdot 2 + 1 \cdot 3 = 33$ M-Bücher und 17 P-Bücher.
Damit ist A) richtig. Es gibt mind. 32, ja sogar 33 M-Bücher.
Gleichzeitig ergibt sich im Fall 2 auch die höchstmögliche Anzahl an P-Bücher nämlich 17 $\Rightarrow$ B)
Ebenfalls im Fall 2 wird D) verifiziert.
E) Ist ebenfalls klar, da die geringste Anzahl von M-Büchern immer in den MMP bzw. PMM Gruppen geordnet sein muss.
Frage C wird durch Fall 1 widerlegt. In diesem Fall gibt es **nicht** drei M-Bücher die nebeneinander stehen.

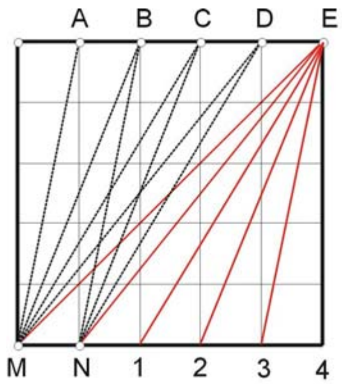
26) Ein Quadrat wird wie abgebildet in 25 kleine Quadrate zerteilt. Bestimme die Summe der Winkel MAN, MBN, MCN, MDN und MEN.



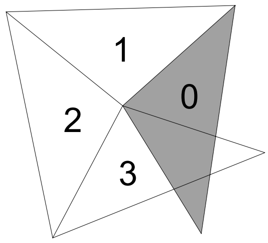
A) 30°   B) 45°   C) 60°   D) 75°   E) 90°

Antwort: **B**

Mit Hilfe der nebenstehenden Skizze ist das sofort klar. ∠MAN = ∠3E4, ∠MBN = ∠ 2E3, ∠MCN = ∠1E2, ∠MDN = ∠NE1.
Damit ergibt sich als Summe:
∠3E4 + ∠2E3 + ∠1E2 + ∠NE1 + ∠MEN = 45°



27) Wir zeichnen wie in der Abbildung kongruente (deckungsgleiche) Dreiecke mit einem gemeinsamen Eckpunkt. Der Winkel gegenüber der Basis misst in allen Dreiecken 100°. Wir beginnen mit dem grauen Dreieck mit der Nummer 0. Jedes der weiteren Dreiecke 1, 2, 3, ... hat mit dem vorherigen Dreieck eine Seite gemeinsam und wird gegen den Uhrzeigersinn weitergehend angehängt, Wie man sieht, überdeckt das Dreieck Nr. 3 teilweise das Dreieck Nr. 0. Welche Nummer hat das Dreieck, das als erstes Nr. 0 vollständig überdeckt?



A) 10   B) 12   C) 14   D)16   E) 18

Antwort: **E**

Laut Angabe scheinen gleichschenkelige Dreiecke gemeint zu sein („Winkel gegenüber Basis“). Damit entsteht jedes weitere Dreieck aus einer Drehung um 100° gegen den Uhrzeigersinn. Eine Überdeckung kann erst dann sein wenn der Gesamtdrehwinkel durch 360° teilbar ist. Dies tritt das erste mal nach 1800° auf ⇒ Dreieck Nr. 18 überdeckt Dreieck 0.
Sollten es keine gleichschenkeligen Dreiecke sein, dann ergibt sich trotzdem dieselbe Lösung. In dem Fall würde man jeweils durch Spiegelung an der zukünftigen gemeinsamen Seite des neuen Dreiecks das neue Dreieck bekommen. Dreieck 2 kann man dann einerseits als aus zwei Spiegelungen entstanden auffassen und andererseits als aus einer Drehung von Dreieck 0 um 200° entstanden auffassen, Dreieck 4 aus einer Drehung um 400° usw. bis schließlich Dreieck 18 wieder aus einer Drehung um 1800° entstanden ist.

28) Wie viele positive ganze Zahlen n gibt es, sodass die Division von 2003 durch n einen Rest 23 lässt?

A) 22   B) 19   C) 13   D) 12   E) 87

Antwort: **A**

23 Rest bedeutet, dass die gesuchten Zahlen in 1003 – 23 = 1980 auf Null Rest aufgehen. Außerdem müssen die gesuchten Zahlen größer als 23 sein. Damit genügt es die Teilermenge von 1980 zu betrachten: $1980 = 2\cdot2\cdot3\cdot3\cdot5\cdot11$

T_{1980} = {1,2,3,4,5,6,9,10,11,12,15,18,20,22,**30,33,36,44,45,55,60,66,90,99,110, 132,165,180, 198,220,330,396,495,660,990,1980**}. Das sind 22 in Frage kommende (rot und fett markierte)Teiler.

29) In der Ebene sind 10 Punkte gegeben, von denen keine 3 auf einer gemeinsamen Geraden liegen. Die Punkte werden paarweise durch Strecken verbunden. Weiters kennen wir in der Ebene eine Gerade, die durch keinen der 10 gegebenen Punkte geht. Höchstens wie viele der Strecken können diese Gerade schneiden?

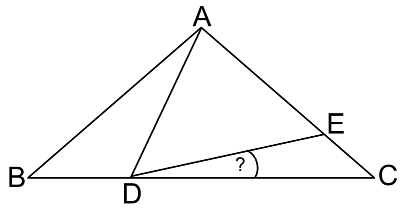
A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 45

Antwort: B

Es ist darauf zu achten, dass es sich im Text um Strecken und nicht um Geraden handelt. Zunächst ist es am leichtesten alle möglichen Verbindungsstrecken von 10 Punkten zu ermitteln. Jeder der 10 Punkte wird mit 9 anderen Punkten verbunden, sodass das zusammen 90 Strecken ergibt. Natürlich wurden nun die Verbindung von A nach B genauso gezählt wie die Verbindung von B nach A, d.h. alle Strecken wurden doppelt gezählt. Damit ist die tatsächliche Anzahl 45 Strecken.

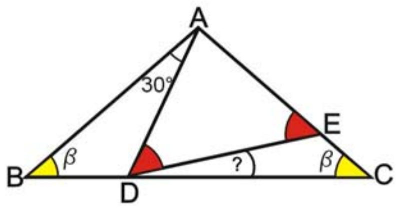
Die Gerade wird man nun möglichst so legen, dass sich beiderseits der Geraden die gleiche Anzahl von Punkten nämlich jeweils 5 befinden, damit man möglichst viele Schnittpunkte mit Verbindungsstrecken erhält. Die jeweils sich auf einer Seite befindenden Strecken, das sind die Verbindungsstrecken der fünf auf einer Seite der Geraden liegenden Punkte, muss man nun von der Gesamtzahl der Strecken abziehen. Das sind $(5 \cdot 4):2 = 10$ auf jeder Seite $\Rightarrow 45 - 10 - 10 = 25$.

30) Im Dreieck ABC gilt AB = AC, AE = AD und ∠BAD = 30°. Wie groß ist der Winkel CDE?



A) 10° B) 15° C) 20°
D) 25° E) 30°

Antwort: B



ABC ist ein gleichschenkeliges Dreieck d.h.
$\angle ABC = \beta = \angle ACB$. Deshalb ist $\angle BAC = 180° - 2\beta$
$\angle DAE = \angle BAC - 30° = 180° - 2\beta - 30° = 150° - 2\beta$.
Da ADE ebenfalls gleichschenkelig ist ($AE = AD$),
sind die Winkel $\angle ADE = \angle AED$. $\Rightarrow \angle DAE + 2\cdot \angle ADE = 180° \Rightarrow$

$$\Rightarrow \angle ADE = \frac{180 - \angle DAE}{2} = \frac{180-(150-2\beta)}{2} = \frac{30+2\beta}{2} = 15° + \beta .$$

Nun berechnet man den Winkel $\angle ADC$.
$\angle ADC = 180 - \angle DAE - \angle ACB = 180 - (150 - 2\beta) - \beta = 30° + \beta$.
Der gesuchte Winkel $\angle EDC$ errechnet sich nun:
$\underline{\angle EDC} = \angle ADC - \angle ADE = 30 + \beta - (15 + \beta) = \underline{\mathbf{15°}}$