

Känguru der Mathematik 2001

Gruppe Student (11. und 12. Schulstufe)

3 Punkte Probleme

1. Josef hat 100 Mäuse, die jeweils entweder weiß oder grau sind. Mindestens eine Maus ist grau. Fängt er sieben seiner Mäuse ein, so sind darunter immer mindestens vier weiße Mäuse. Wie viele graue Mäuse kann Josef höchstens haben?

- (A) 1 (B) 3 (C) 4 (D) 93 (E) 99

2. Was ist die größte Anzahl von festen Kugeln mit Radius 1 cm, die in einer würfelförmigen Schachtel mit Volumen 64 cm^3 Platz finden können?

- (A) 8 (B) 16 (C) 32 (D) 64 (E) 128

3. Wenn $\log_2 10 = a$, dann gilt $\log_{10} 2 =$

- (A) $2a$ (B) $\frac{a}{2}$ (C) $5a$ (D) $\frac{a}{5}$ (E) $\frac{1}{a}$

4. Wie viele zusammengesetzte positive ganze Zahlen kleiner als 1000 mit der Ziffernsumme 2 gibt es?

- (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 7 (E) andere Anzahl

5. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig gewählte dreistellige positive ganze Zahl gerade und größer als 399 ist?

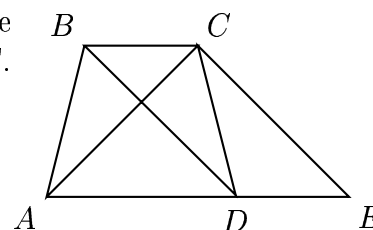
- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{6}$ (D) $\frac{2}{3}$ (E) $\frac{1}{9}$

6. $\frac{\overbrace{9999 \dots 9999}^{18 \text{ Ziffern}}}{999999999} - 1 =$

- (A) 9^9 (B) $9^9 - 1$ (C) 9^{10} (D) 10^9 (E) 10^{10}

7. In der Zeichnung gilt $BC \parallel AE$ und $BD \parallel CE$. Es sei x die Fläche des Vierecks $ABCD$ und y die Fläche des Dreiecks ACE . Dann gilt

- (A) $x = y$ (B) $x = 2y$
(C) $y = 2x$ (D) etwas anderes
(E) es gibt keinen eindeutigen Zusammenhang



8. Die Anzahl der Quadrupel positiver ganzer Zahlen x, y, z, t mit $x < y < z < t$, die die Gleichung $xyzt - 1 = 2001$ lösen, ist gleich

- (A) 10 (B) 7 (C) 6 (D) 4 (E) 1

9. Zwei Radfahrer fahren von derselben Stelle um 14:10 Uhr ab. Der erste fährt in Richtung Norden mit 32 km/h , und der andere fährt in Richtung Osten mit 24 km/h . Um welche Zeit beträgt ihr Abstand genau 130 km ?

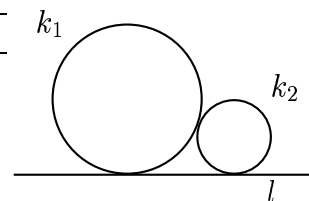
- (A) 16:10 (B) 16:20 (C) 17:10 (D) 17:25 (E) 17:35

10. Es sei m eine positive ganze Zahl mit $\text{ggT}(m,35) > 10$. Welche der folgenden Aussagen muss unbedingt wahr sein?

- (A) m hat mindestens drei Ziffern
- (B) m ist ein Vielfaches von 35
- (C) m ist durch 15 teilbar
- (D) m ist durch 25 teilbar
- (E) m ist entweder durch 5 oder 7 teilbar, nicht aber durch beide

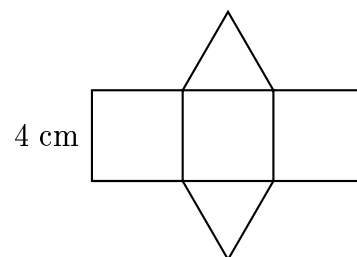
4 Punkte Probleme

11. Zwei Kreise k_1 und k_2 mit verschiedenen Radien berühren einander. Beide berühren auch die Gerade l . Welche der folgenden Aussagen ist wahr?



- (A) Es gibt keinen Kreis, der k_1 , k_2 und l berührt.
- (B) Es gibt genau einen Kreis, der k_1 , k_2 und l berührt.
- (C) Es gibt genau zwei Kreise, die k_1 , k_2 und l berühren.
- (D) Es gibt genau vier Kreise, die k_1 , k_2 und l berühren.
- (E) Keine der Aussagen (A) bis (D) ist wahr.

12. In nebenstehender Abbildung sehen wir das Netz eines Körpers mit drei Quadraten mit der Seitenlänge 4 cm und zwei gleichseitigen Dreiecken als Seitenflächen. Was ist das Volumen dieses Körpers?



- (A) $16\sqrt{3} \text{ cm}^3$
- (B) 32 cm^3
- (C) $\frac{64}{3} \text{ cm}^3$
- (D) $32\sqrt{3} \text{ cm}^3$
- (E) 64 cm^3

13. In New York kosten 16 Stück Kaugummi so viele Dollar wie man Kaugummis für einen Dollar bekommt. Wie viele Cents kostet ein Stück Kaugummi? (1 Dollar=100 Cents)

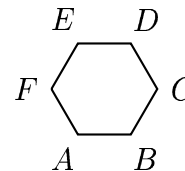
- (A) 4
- (B) 8
- (C) 12
- (D) 16
- (E) 25

14. Es sei 1, 4, 9, 16, ... die Folge der Quadrate positiver ganzer Zahlen. Die Zahl 10^8 kommt in dieser Folge vor. Welche der folgenden Zahlen folgt unmittelbar darauf in der Folge?

- (A) $(10^4 + 1)^2$
- (B) $(10^8 + 1)^2$
- (C) $(10^5)^2$
- (D) $(10^8)^2$
- (E) $(10^4)^2 + 1$

15. $ABCDEF$ ist ein regelmäßiges Sechseck. Dann ist $\vec{BC} - \vec{AD} + 2 \cdot \vec{AF} =$

- (A) \vec{AA}
- (B) \vec{CA}
- (C) \vec{FD}
- (D) \vec{FB}
- (E) \vec{CE}

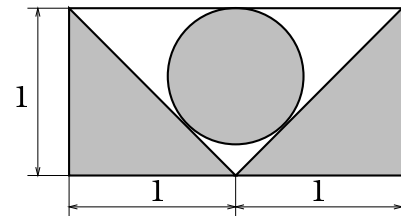


16. In einer Gruppe von vier Mannschaften einer Fußballmeisterschaft hat jede Mannschaft gegen jede andere genau einmal gespielt. In der Punktetabelle hat nun die Mannschaft A 7 Punkte, B 4 Punkte, C 3 Punkte und D 3 Punkte. (In einer solchen Meisterschaft bekommt jede Mannschaft für einen Sieg 3 Punkte, für ein Unentschieden 1 Punkt und für eine Niederlage 0 Punkte.) Wie ist das Spiel zwischen A und D ausgegangen?

- (A) A muss gewonnen haben. (B) Es muss unentschieden ausgegangen sein.
 (C) D muss gewonnen haben. (D) Es hängt vom Ergebnis A gegen B ab.
 (E) Es hängt vom Ergebnis A gegen C ab.

17. Wie groß ist die schattierte Fläche?

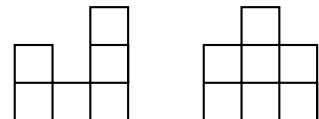
- (A) 1 (B) $\pi + 1$ (C) $\frac{\pi}{4} + 1$
 (D) $\pi(3 - 2\sqrt{2}) + 1$ (E) $\pi \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 1$



18. Die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks hat die Länge 0,9 cm, und die Katheten des Dreiecks haben die Längen a cm bzw. b cm. Welche der folgenden Zahlen ist am kleinsten?

- (A) $a^2 + b^2$ (B) $(a + b)^2$ (C) 0,9 (D) $a + b$ (E) ab

19. In der Abbildung sieht man zwei Ansichten eines Hauses, welches aus kleinen Würfeln zusammengesetzt ist: die Ansicht von links und die Ansicht von vorne. Wie viele Würfel wurden höchstens verwendet?



- (A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 15 (E) 16

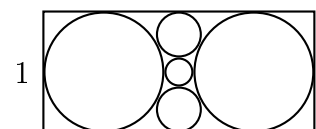
20. An der Seite CD eines Quadrats $ABCD$ wird außen ein gleichseitiges Dreieck CDE angehängt. Wie viel Grad hat der Winkel $\angle AEC$?

- (A) 30 (B) 36 (C) 45 (D) 54 (E) 60

5 Punkte Probleme

21. Bestimme die Länge der größeren Rechtecksseite.

- (A) $-2 + \sqrt{5}$ (B) $\frac{-2 + \sqrt{5}}{2}$ (C) 2,5
 (D) $\sqrt{5}$ (E) $2\sqrt{5}$



22. Die Quadrate eines 43×43 Rasters werden wie abgebildet mit 4 Farben gefärbt. Welche Farbe wird häufiger als die anderen drei verwendet?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) keine

1	2	3	4	1	2	...	
2	3	4	1	2	3	...	
3	4	1	2	3		...	
4	1	2	3			...	
1	2	3				...	
2	3					...	
						...	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
						...	

23. Wir berechnen für eine positive ganze Zahl n die Ziffernsumme, dann die Ziffernsumme

der resultierenden Zahl, und so fort bis wir als Ergebnis eine einstellige Zahl $\ell(n)$ erhalten. Wie groß ist $\ell(2001^{2001})$?

- (A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 7 (E) 9

24. Wie viele der Ziffernpaare 00, 11, 22, ..., 88, 99 können als die letzten zwei Ziffern einer Quadratzahl auftreten?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) mehr als 4

25. Es seien m und n positive ganze Zahlen mit $\log m \approx 12,3$ und $\log n \approx 15,4$. Wie viele Ziffern hat das Produkt $m \cdot n$?

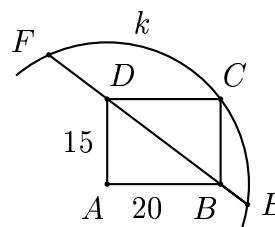
- (A) 15 (B) 16 (C) 27 (D) 28 (E) 189

26. Zwei Männer und zwei Buben möchten in einem Boot einen Fluß überqueren. Das Boot fasst entweder einen Mann oder zwei Buben. Wie viele Flussüberquerungen sind mit dem Boot insgesamt mindestens notwendig, um alle ans andere Ufer zu bringen?

- (A) 3 (B) 5 (C) 9 (D) 11 (E) 13

27. Es sei $ABCD$ ein Rechteck und k ein Kreis mit Mittelpunkt A durch C . Wie lang ist die Sehne EF ?

- (A) $2 \cdot \sqrt{37 \cdot 13}$ (B) $2 \cdot \sqrt{20 \cdot 25}$ (C) 50
(D) 44 (E) 25



28. Was ist die Summe von Zähler und Nenner im folgenden Ausdruck, wenn er so weit wie möglich gekürzt wird?

$$\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{2001^2}\right)$$

- (A) 2001 (B) 3002 (C) 4003 (D) 5002 (E) 6001

29. Onkel Sepp hat einen erfolgreichen Tag beim Fischen erlebt. Er gibt seine drei größten Fische seinem Hund, womit er das Gesamtgewicht seines Fangs um 35% reduziert. Dann gibt er die drei kleinsten Fische seiner Katze, womit er das Gesamtgewicht des verbleibenden Fangs um $\frac{5}{13}$ reduziert. Den Rest isst die Familie zum Nacht Mahl.



Wie viele Fische hat Onkel Sepp gefangen?

- (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

30. Die Diagonalen AD , BE und CF eines konvexen Sechsecks haben den gemeinsamen Punkt T . Die Fläche des Dreiecks FAT ist gleich

- (A) $\frac{6}{5}$ (B) 3 (C) $\frac{10}{3}$
(D) $\frac{24}{5}$ (E) einer anderen Zahl

