

Känguru der Mathematik 2004
Gruppe Student (11. und 12. Schulstufe)
18.3.2004



- 3 Punkte Beispiele -

1) Ich kaufe m Stifte um je n Euro und n Stifte um je m Euro. Was ist der Durchschnittspreis aller Stifte?

- A) 1 B) $\frac{m+n}{2}$ C) $\frac{2mn}{m+n}$ D) mn E) $\frac{m^2n^2}{2}$

2) Peter hat 2004 Murmeln. Die Hälfte davon ist blau, ein Viertel ist rot und ein Sechstel ist grün. Wie viele haben eine andere Farbe?

- A) 167 B) 334 C) 501 D) 1002 E) 1837

3) Der Grundriss eines Gebäudes ist rechteckig mit den Maßen 40 m x 60 m. Auf den Bauplänen hat der Grundriss den Umfang 100 cm. In welchem Maßstab ist der Grundriss gezeichnet?

- A) 1 : 100 B) 1 : 150 C) 1 : 160 D) 1 : 170 E) 1 : 200

4) Eine Pyramide hat 17 Begrenzungsflächen. Wie viele Kanten hat sie?

- A) 16 B) 17 C) 18 D) 32 E) 34

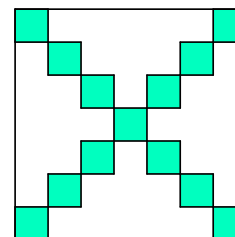
5) Die kleinste reelle Zahl x , für die die Ungleichung $x^2 - 2004 \leq 0$ gilt, ist

- A) -2004 B) 2004 C) 0 D) $\sqrt{2004}$ E) $-\sqrt{2004}$

6) Jeder Marsbewohner hat ein, zwei oder drei Tentakeln am Kopf. Genau 1% der Marsbevölkerung sind "Dreier", 97% sind "Zweier" und 2% sind "Einser". Bei wie viel Prozent der Marsbevölkerung ist die Zahl der Tentakeln am Kopf höher als die Durchschnittszahl der Tentakeln bei der gesamten Marsbevölkerung?

- A) 1% B) 3% C) 97% D) 98% E) 99%

7) s ist eine ungerade Zahl. In einem Quadrat mit der Seitenlänge s befinden sich in den Diagonalen lauter gefärbte kleine Einheitsquadrate, wie in der Figur für ein Quadrat mit der Seitenlänge 7 angedeutet. Wie groß ist die weiße Fläche?



- A) s^2+1-2s B) s^2+4-4s C) $2s^2+1-4s$ D) s^2-1-2s E) s^2-2s

8) Wie viele zweiziffrige Zahlen gibt es, deren Quadrat und deren dritte Potenz dieselbe Einerziffer haben?

- A) 1 B) 9 C) 10 D) 21 E) mehr als 30

9) Ein großes Quadrat ist aus 18 kleineren Quadraten zusammengesetzt, von denen 17 die Seitenlänge 1 haben. Die Fläche des großen Quadrats ist

- A) 25 B) 49 C) 81 D) 100 E) 225

10) Wie viele rechtwinkelige Dreiecke können dadurch gebildet werden, dass man drei Eckpunkte eines regelmäßigen 14-ecks verbindet?

- A) 72 B) 82 C) 84 D) 88 E) eine andere Anzahl

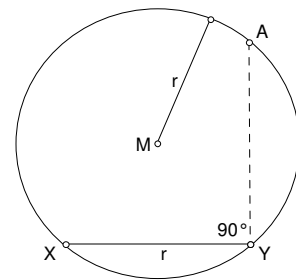
- 4 Punkte Beispiele -

11) Auf einer Weide befinden sich 15 Schafe und eine bestimmte Anzahl von Hirten. Es entfernen sich die Hälfte der Hirten und ein Drittel der Schafe. Dann sind noch 50 Beine auf der Weide. Wie viele Beine waren zu Beginn auf der Weide?

- A) 60 B) 72 C) 80 D) 90 E) 100

12) Welchen Winkel schließen die Strecken AX und AY ein?

- A) $22\frac{1}{2}^\circ$ B) 30° C) 45° D) 60° E) 90°



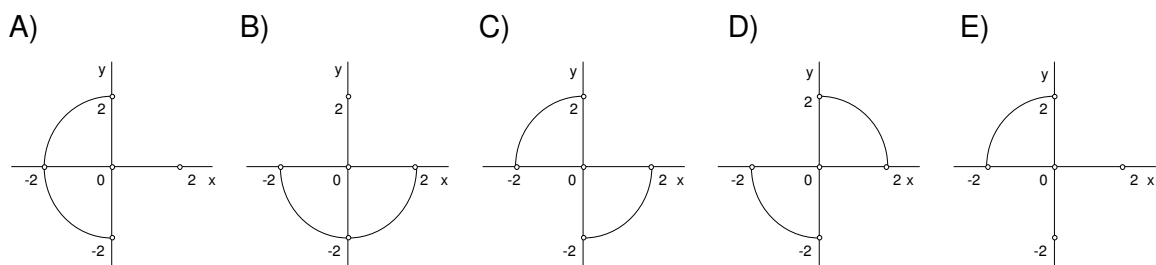
13) Wie viele Quadrate gibt es, die einen Eckpunkt im Punkt $A(-1/-1)$ haben, und eine Koordinatenachse als Symmetrieachse?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

14) In einer undurchsichtigen Lostrommel befinden sich 100 Kugeln, die mit den Nummern von 1 bis 100 fortlaufend durchnummeriert sind. Wie viele Kugeln muss ich mindestens blind aus der Trommel ziehen, damit das Produkt der Zahlen auf den gezogenen Kugeln sicher durch 4 teilbar ist?

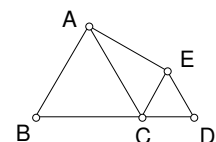
- A) 51 B) 52 C) 53 D) 54 E) 55

15) Welches der folgenden Bilder stellt die Menge aller Punkte dar, deren Koordinaten $(x|y)$ die Bedingungen $xy < 0$ und $|x|^2 + |y|^2 = 4$ erfüllen?



16) In der Abbildung haben die gleichseitigen Dreiecke ABC und ECD die Seitenlängen 2 bzw. 1. Was ist die Fläche des Vierecks ABCE?

- A) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{4+5\sqrt{3}}{4}$ C) 3 D) $\frac{6+\sqrt{3}}{4}$ E) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$



17) Wie viele positive ganze Zahlen kann man in der Form $a_0 + a_1 3 + a_2 3^2 + a_3 3^3 + a_4 3^4$ schreiben, wenn a_0, a_1, a_2, a_3, a_4 in der Menge $\{-1, 0, 1\}$ liegen müssen?

- A) 5 B) 80 C) 81 D) 121 E) 243

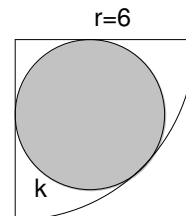
18) Die Zahl $(\sqrt{22+12\sqrt{2}} - \sqrt{22-12\sqrt{2}})^2$ ist

- A) negativ B) gleich 0 C) die 4. Potenz einer positiven ganzen Zahl
D) gleich $11\sqrt{2}$ E) eine positive, durch 5 teilbare ganze Zahl

19) Wie viele Eckpunkte hat ein regelmäßiges Vieleck, wenn die Summe seiner Innenwinkel ein Siebtel von der Innenwinkelsumme eines regelmäßigen 16-ecks ist?

- A) 3 B) 4 C) 6 D) 7 E) 10

20) Ein Kreis k ist einem Viertelkreis mit Radius 6 wie abgebildet eingeschrieben. Was ist der Radius von k ?



- A) $\frac{6-\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ C) 2,5 D) 3 E) $6(\sqrt{2}-1)$

- 5 Punkte Beispiele -

21) In einer geometrischen Folge $(a_n)_{n \geq 1}$ (also einer Folge für die eine Zahl q existiert, sodass $a_{n+1} = q \cdot a_n$ für alle Werte von n gilt), gilt $a_3 < a_2 < a_4$. Dann gilt auch

- A) $a_3 \cdot a_4 > 0$ B) $a_2 \cdot a_3 < 0$ C) $a_2 \cdot a_4 < 0$ D) $a_2 < 0$ E) $a_2 \cdot a_3 > 0$

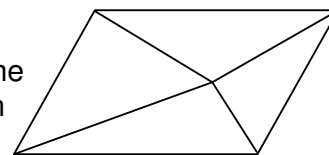
22) Was ist die vorletzte Ziffer von 11^{2004} ?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

23) Bei den Wahlen in Gemmstadt ist erstmals die Broccolipartei angetreten. Alle Wähler, die für sie gestimmt haben, haben schon einmal Broccoli gegessen, während 90% der Wähler irgendeiner der anderen vier Parteien niemals Broccoli gegessen haben. Wie viel Prozent der Stimmen hat die Broccolipartei erhalten, wenn 46% der Wählerschaft schon einmal Broccoli gegessen haben?

- A) 40% B) 41% C) 43% D) 45% E) 46%

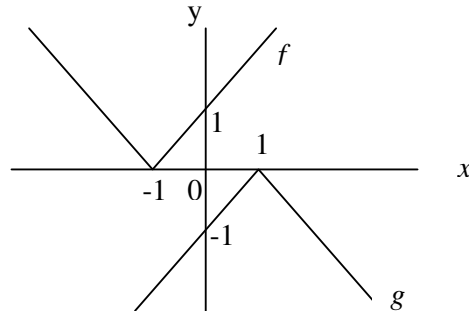
24) Ein Parallelogramm wird in 4 Dreiecke zerteilt (siehe Abbildung). Von den folgenden Gruppen von 4 Zahlen kann höchstens eine die Flächen der Dreiecke in irgend einer Reihenfolge angeben. Welche ist möglich?



- A) 14,15,18,19 B) 8,9,10,15 C) 10,11,12,19 D) 11,13,15,16
E) Alle 4 sind unmöglich.

25) In der Figur sehen wir die Graphen der reellen Funktionen f und g . Welche Beziehung gilt für alle reellen Zahlen x ?

- A) $f(x) = -g(x) + 2$ B) $f(x) = -g(x) - 2$
 C) $f(x) = -g(x+2)$ D) $f(x+2) = -g(x)$
 E) $f(x+1) = -g(x-1)$



26) Gegeben ist ein gleichseitiges Dreieck ABC mit der Seitenlänge 4. Wie groß ist der Radius des Kreisbogens mit Mittelpunkt A , der die Fläche des Dreiecks in zwei gleich große Teile teilt?

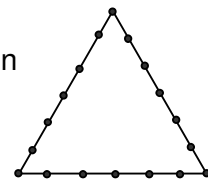
- A) $\sqrt{\frac{12\sqrt{3}}{\pi}}$ B) $\sqrt{\frac{24\sqrt{3}}{\pi}}$ C) $\sqrt{\frac{30\sqrt{3}}{\pi}}$ D) $\frac{6\sqrt{3}}{\pi}$ E) $\sqrt{\frac{48\sqrt{3}}{\pi}}$

27) Es sind 200 Zahlen gegeben. Zunächst sind sie alle gleich 0. Im ersten Schritt wird zu jeder Zahl 1 addiert. Im zweiten Schritt wird zu jeder zweiten Zahl (von links beginnend) 1 addiert. Im dritten Schritt wird zu jeder dritten Zahl 1 addiert, usw. Welche Zahl ist nach dem 200. Schritt an der 120. Stelle von links?

- A) 16 B) 12 C) 32 D) 24 E) 20

28) Wie viele (nicht entartete) Dreiecke gibt es, deren Eckpunkte in den Punkten dieser Figur liegen?

- A) 816 B) 711 C) 777 D) 717 E) 811



29) Die Summe aller dreistelligen Zahlen (mit drei verschiedenen Ziffern), die aus den Ziffern $0 < a < b < c$ gebildet werden können, ist 1554. Wie groß ist c ?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

30) Die Zahl $m = 999\dots 9$ wird mit 999 Neunern geschrieben. Was ist die Ziffersumme von m^2 ?

- A) 8982 B) 8991 C) 9000 D) 9009 E) 9018