

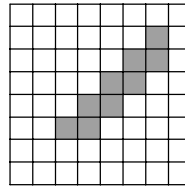
Känguru der Mathematik 2006
Gruppe Student (ab 11. Schulstufe)
Österreich - 16.3.2006



- 3 Punkte Beispiele -

- 1) Welche Zahl ist am größten?
 A) 2006-2006 B) 2005-2007 C) 2004-2008 D) 2003-2009 E) 2002-2010
- 2) Wie viele Ziffern 0 gibt es am Ende des Produkts der ersten 2006 Primzahlen?
 A) 0 B) 1 C) 2 D) 9 E) 26

3) Wir betrachten den grau gefärbten Bereich. Was ist die größte Zahl von kleinen Quadraten, die ich noch zusätzlich grau färben kann, um einen Bereich mit gleichem Umfang zu erhalten.



- A) 0 B) 7 C) 18 D) 12 E) 16

E

4) Auf einem Tisch befinden sich jene vier Karten, die in der nebenstehenden Figur abgebildet sind. Jede Karte hat auf einer Seite eine Zahl und auf der anderen einen Buchstaben. Peter sagt: „Für jede Karte auf dem Tisch gilt: Wenn sich auf einer Seite ein Vokal befindet, so befindet sich auf der anderen Seite eine gerade Zahl.“ Was ist die kleinste Zahl von Karten die Hanni umdrehen muss um die Wahrheit von Peters Aussage zu überprüfen?

K

4

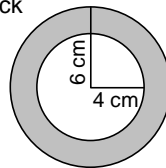
7

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

5) Zwei Züge mit derselben Länge fahren in entgegengesetzten Richtungen. Der erste ist mit 100 km/h unterwegs, und der zweite mit 120 km/h. Ein Passagier auf dem ersten Zug beobachtet, dass der zweite genau 6 Sekunden benötigt, um an ihm vorbei zu fahren. Wie lange benötigt der erste Zug um an einem Passagier des zweiten Zuges vorbei zu fahren?

- A) 5 Sek. B) 6 Sek. C) zwischen 6 und 7 Sek. D) 7 Sek. E) mehr als 7 Sek.

6) Susi hat zwei Anhänger aus demselben Material. Sie sind gleich dick und gleich schwer. Einer hat die Form eines Kreisrings mit Außenradius 6 cm und Innenradius 4 cm, wie abgebildet. Der zweite hat die Form eines Kreises. Was ist der Radius des zweiten Anhängers?



- A) 4 cm B) $2\sqrt{6}$ cm C) 5 cm D) $2\sqrt{5}$ cm E) $\sqrt{10}$ cm

7) Die Differenz von je zwei aufeinander folgenden Zahlen der Liste a, b, c, d, e ist gleich groß. Wenn $b = 5,5$ und $e = 10$ gelten, wie groß ist a?

- A) 0.5 B) 3 C) 4 D) 4.5 E) 5

8) Wenn $4^x = 9$ und $9^y = 256$ gelten, dann gilt $xy =$

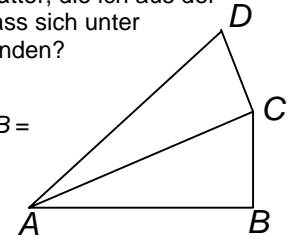
- A) 2006 B) 48 C) 36 D) 10 E) 4

9) Wir betrachten alle 9-ziffrigen Zahlen, die jeweils aus allen 9 Ziffern 1,2,...,9 gebildet werden können (jede der Ziffern kommt in jeder Zahl also genau einmal vor). Jede derartige Zahl wird auf ein Blatt Papier geschrieben, und die Blätter werden alle in eine Schachtel gelegt. Was ist die kleinste Zahl dieser Blätter, die ich aus der Schachtel blind ziehen muss, wenn ich sicher gehen will, dass sich unter den gezogenen Zahlen zwei mit derselben ersten Ziffer befinden?

- A) 9! B) 8! C) 72 D) 10 E) 9

10) In der Figur gilt $AB = 1$, $\angle ABC = \angle ACD = 90^\circ$ und $\angle CAB = \angle DAC = \theta$. Wie lang ist AD?

- A) $\cos \theta + \tan \theta$ B) $\frac{1}{\cos 2\theta}$ C) $\cos^2 \theta$ D) $\cos 2\theta$ E) $\frac{1}{\cos^2 \theta}$



- 4 Punkte Beispiele -

11) Welche der 5 Funktionsgleichungen bestimmt eine Funktion, deren Graph die y-Achse als Symmetrieachse hat?

- A) $y = x^2 + x$ B) $y = x^2 \cdot \sin x$ C) $y = x \cdot \cos x$ D) $y = x \cdot \sin x$ E) $y = x^3$

12) Auf einem Rouletterad befinden sich alle 37 ganzen Zahlen von 0 bis 36. Mit welcher Wahrscheinlichkeit landet die Kugel auf einer Primzahl?

- A) 5/18 B) 11/37 C) 11/36 D) 12/37 E) 1/3

13) Der Rest nach Division von 1001 durch eine einziffrige Zahl beträgt 5. Welcher Rest bleibt nach Division von 2006 durch dieselbe Zahl?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

14) Der Radius der Verkehrstafel ist 20 cm. Jeder dunkle Teil ist ein Viertel einer bestimmten Kreisfläche. Die Gesamtfläche der vier dunklen Teile ist gleich der Fläche des hellen Teils. Wie groß ist der Radius des dunklen Kreises?

- A) $10\sqrt{2}$ cm B) $4\sqrt{5}$ cm C) $20/3$ cm D) 12,5 cm E) 10 cm

15) Wir kennen drei Primzahlen a, b und c mit $a > b > c$. Wenn $a + b + c = 78$ und $a - b - c = 40$ gelten, dann gilt $abc =$

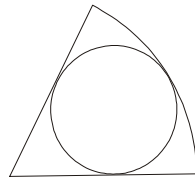
- A) 438 B) 590 C) 1062 D) 1239 E) 2006

16) Das Verhältnis der Radien von Kreis Sektor und Inkreis der Figur beträgt 3:1. Das Verhältnis ihrer Flächen beträgt dann

- A) 3:2 B) 4:3 C) 5:3 D) 6:5 E) 5:4

17) Sechzehn Mannschaften spielen in einer Volleyballliga. Im Verlauf der Meisterschaft spielt jede Mannschaft genau ein Mal gegen jede andere. Die Siegermannschaft bekommt in jedem Spiel einen Punkt, und die Verlierermannschaft 0 Punkte. Unentschieden kommt nicht vor. Nachdem alle Spiele absolviert wurden, bilden die Punkteergebnisse aller Mannschaften eine arithmetische Folge. Wie viele Punkte hat die Mannschaft, die in der Tabelle an letzter Stelle steht?

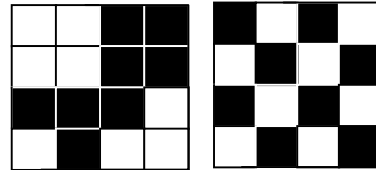
- A) 3 B) 2 C) 1 D) Die beschriebene Situation ist unmöglich. E) Die Antwort ist eine andere Zahl als angegeben.



18) Im vergangenen Jahr waren um 30 mehr Burschen als Mädchen im Schulchor. In diesem Jahr ist die Mitgliederzahl des Chors um 10% gestiegen, die Zahl der Mädchen um 20% und die der Burschen um 5%. Wie viele Mitglieder hat der Chor in diesem Jahr?

- A) 88 B) 99 C) 110 D) 121 E) 132

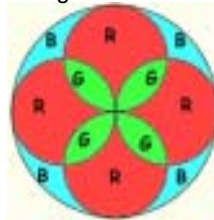
19) Die Felder einer 4x4 Tabelle sind wie in Figur 1 schwarz oder weiß gefärbt. In einem Zug darf ich zwei Felder vertauschen, die sich entweder in derselben Zeile oder in derselben Spalte befinden. Wie viele Züge benötige ich mindestens um das Bild von Figur 2 zu erhalten?



Figur 1 Figur 2

- A) Es ist nicht möglich. B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

20) In einer Kirche gibt es ein Fenster, dessen Felder rot, grün oder blau sind. (Man erkennt dies an der Beschriftung R, G bzw. B.) Es würde im Fenster genau 400 cm² grünes Glas verwendet. Wie viele cm² blaues Glas wurden verwendet?



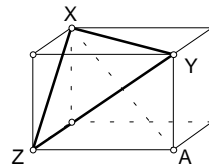
- A) 396 B) 400 C) 120π D) 90√2 π E) 382

- 5 Punkte Beispiele -

21) Wir wissen, dass die Zahlen a und b beide größer als 1 sind. Welcher der folgenden Brüche hat den größten Wert?

- A) $\frac{a}{b-1}$ B) $\frac{a}{b+1}$ C) $\frac{2a}{2b+1}$ D) $\frac{2a}{2b-1}$ E) $\frac{3a}{3b+1}$

22) Die Seitenlängen im Dreieck XYZ betragen 8cm, 9 cm und $\sqrt{55}$ cm. Bestimme die Länge der Raumdiagonale XA im dargestellten Quader.



- A) $\sqrt{90}$ cm B) 10 cm C) $\sqrt{120}$ cm D) 11 cm E) $\sqrt{200}$ cm

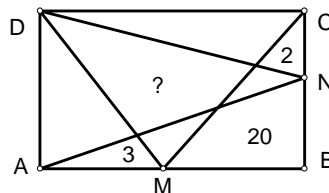
23) Wie viele reelle Zahlen b gibt es, sodass die Gleichung $x^2 - bx + 80 = 0$ zwei verschiedene positive gerade ganzzahlige Lösungen besitzt?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) unendlich viele

24) Wie viele nichtleere Teilmengen der Menge $\{1, 2, 3, \dots, 12\}$ gibt es, sodass die Summe des größten und des kleinsten Elements 13 beträgt?

- A) 1024 B) 1175 C) 1365 D) 1785 E) 4095

25) Auf den Seiten AB und BC befinden sich wie abgebildet die Punkte M bzw. N. Das Rechteck ist zerschnitten, wobei die Flächen einiger Teile angegeben sind. Bestimme die Fläche des mit „?“ gekennzeichneten Vierecks.

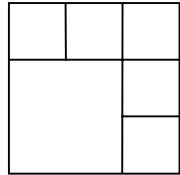


- A) 20 B) 21 C) 25 D) 26 E) Es ist nicht genug Information vorhanden.

26) Ein Test ist aus 10 Fragen zusammengesetzt, von denen jede mit „a“ oder „b“ beantwortet werden soll. Gibt man für beliebige 5 Fragen die Antwort „a“ und für die restlichen 5 die Antwort „b“, so hat man sicher mindestens 4 Antworten richtig. Wie viele Antwortschlüssel (Listen richtiger Antworten) gibt es mit dieser Eigenschaft?

- A) 5⁵ B) 252 C) 2 D) 10 E) 22

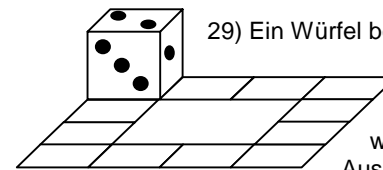
27) Florian hat von zehn aufeinander folgenden positiven ganzen Zahlen eine entfernt. Die Summe der verbleibenden Zahlen ist 2006. Welche Zahl hat er entfernt?



- A) 218 B) 219 C) 220 D) 225 E) 227

28) Auf wie viele Arten können die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5 und 6 derart in die Felder des Quadrats geschrieben werden, dass sich in keinen angrenzenden Feldern Zahlen mit der Differenz 3 befinden? (Felder mit nur einem gemeinsamen Eckpunkt gelten dabei nicht als angrenzend.)

- A) 3·2⁵ B) 3⁶ C) 6³ D) 2·3⁵ E) 3·5²



29) Ein Würfel befindet sich in der abgebildeten Lage. Er kann längs des 12 Quadrate umfassenden Weges abgerollt werden, bis er sich wieder in der Ausgangsposition befindet. Wie oft muss er um den ganzen Weg gerollt werden, bis sich auch alle Seitenflächen in den Ausgangspositionen befinden?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) Es ist gar nicht möglich.

30) Jede Seite des abgebildeten regelmäßigen Sechsecks hat die Länge $\sqrt{3}$. XABC und XPQR sind Quadrate. Wie groß ist der Flächeninhalt des grauen Bereichs?

- A) $\frac{5-\sqrt{3}}{4}$ B) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ D) $\frac{2-\sqrt{3}}{4}$ E) $\frac{2+\sqrt{3}}{4}$

