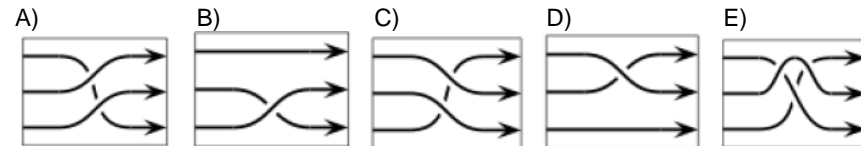
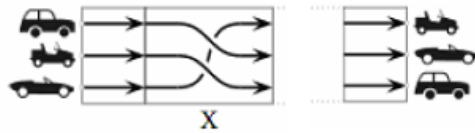


Känguru der Mathematik 2007
Gruppe Student (11. bis 13. Schulstufe)
Österreich - 15.3.2007



3 Punkte Beispiele

1) Michael baut eine Rennbahn. Er bemerkt, dass die Reihenfolge der Autos am Ende nicht so wie rechts abgebildet ist. Welches Bahnstück muss er statt X in die Rennbahn bauen, damit sich die Reihenfolge so wie rechts ergibt?

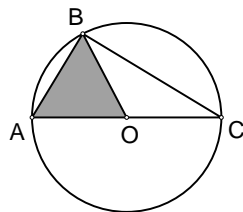


2) Anna, Benni und Carl haben zusammen 30 Bälle. Wenn Carl 5 von Benni bekommt, Anna 4 von Carl und Benni 2 von Anna, haben sie alle gleich viele Bälle. Wie viele hatte Anna zu Beginn?

- A) 8 B) 9 C) 11 D) 13 E) 15

3) Die grau gezeichnete Fläche des Dreiecks OAB beträgt $\sqrt{3}$. Wie groß ist die Fläche des Dreiecks ABC?

- A) $2\sqrt{3}$ B) 2 C) 5 D) 4 E) $4\sqrt{3}$

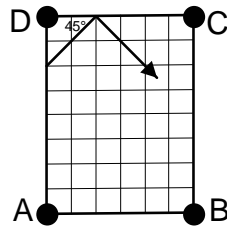


4) $(\sin 1^\circ) : (\cos 89^\circ) =$

- A) 0 B) $\tan 1^\circ$ C) $\cot 1^\circ$ D) $\frac{1}{89}$ E) 1

5) Eine Billardkugel trifft wie abgebildet unter 45° auf eine Bande. In welche Tasche wird die Kugel schließlich fallen, wenn sie nicht stehen bleibt?

- A) A B) B C) C D) D E) Sie fällt nie in eine Tasche.



6) Betrachten wir eine Schnur mit der Länge 12 m und einem Knoten im Punkt X, der von einem Ende der Schnur 3 m entfernt ist. Wie weit muss ein zweiter Knoten vom anderen

Ende der Schnur entfernt sein, sodass die Schnur zu einem Dreieck gespannt werden kann, mit rechtem Winkel in X, einem Eckpunkt im anderen Knoten und dem



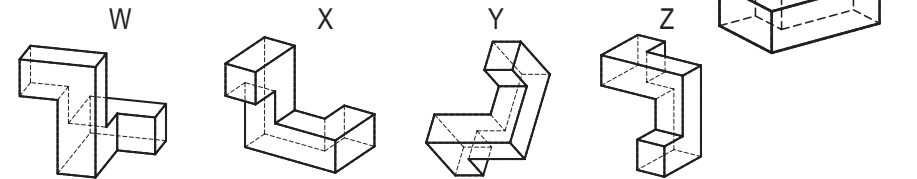
dritten Eckpunkt in dem Punkt, wo sich die Schnurendpunkte treffen?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) eine andere Zahl

7) Bei einer Universitätsaufnahmsprüfung müssen Studenten mindestens 80% der gestellten Fragen richtig beantworten. Peter hat bisher 15 Fragen bearbeitet, wovon er 5 nicht beantworten konnte, aber die restlichen 10 richtig beantwortete. Wenn er alle verbleibenden Fragen richtig beantwortet, besteht er die Prüfung mit genau 80%. Aus wie vielen Fragen besteht die Prüfung?

- A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

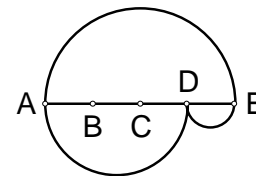
8) Welches der folgenden Objekte kann man erhalten, wenn man das gegebene Objekt im Raum bewegt?



- A) W und Y B) X und Z C) nur Y D) keines E) W, X und Y

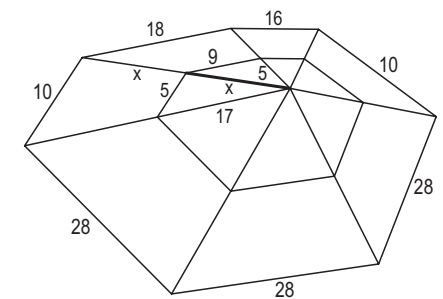
9) Die Strecke AE wird wie abgebildet in vier gleich lange Stücke geteilt. Halbkreise mit den Durchmessern AE, AD und DE werden gezeichnet, womit zwei Wege von A nach E erzeugt werden, einer oberhalb und einer unterhalb von AE. Bestimme das Verhältnis der Länge des oberen Wegs zur Länge des unteren Wegs.

- A) 1:2 B) 2:3 C) 2:1 D) 3:2 E) 1:1



10) Eine mathematisch begabte Spinne webt ein Netz, in dem einige Seiten wie abgebildet ganzzahlige Länge haben. x ist ebenfalls eine ganze Zahl. Bestimme den Wert von x.

- A) 11 B) 13 C) 15 D) 17 E) 19



4 Punkte Beispiele

11) Zu einem Quadrat ABCD mit der Seitenlänge 1 werden alle Quadrate gezeichnet, die mit ABCD mindestens 2 Eckpunkte gemeinsam haben. Wie groß ist die Fläche des Gebiets, das von diesen Quadraten abgedeckt wird?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

12) Der Winkel β ist um 25% kleiner als der Winkel γ und um 50% größer als der Winkel α . γ ist

- A) 25% größer als α . B) 50% größer als α . C) 75% größer als α .

- D) 100% größer als α . E) 125% größer als α .

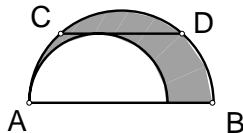
13) Es gilt $2^{x+1} + 2^x = 3^{y+2} - 3^y$, wobei x und y ganzzahlig sind. Wie groß ist x ?

- A) 0 B) 3 C) -1 D) 1 E) 2

14) Wie groß ist $\cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \cos 3^\circ + \dots + \cos 358^\circ + \cos 359^\circ =$

- A) 1 B) π C) 0 D) 10 E) -1

15) Zwei Halbkreise werden wie abgebildet gezeichnet. Die Sehne CD mit Länge 4 ist parallel zum Durchmesser AB des großen Halbkreises und berührt den kleinen Halbkreis. Wie groß ist die schattierte Fläche?



- A) π B) $1,5 \cdot \pi$ C) $2 \cdot \pi$ D) $3 \cdot \pi$ E) Es ist nicht genug Information vorhanden.

16) Die Summe von fünf aufeinander folgenden positiven ganzen Zahlen ist gleich der Summe der nächsten drei. Die größte der acht Zahlen ist

- A) 4 B) 8 C) 9 D) 11 E) eine andere Zahl

17) Thomas wurde genau am 20. Geburtstag seiner Mutter geboren, und sie haben daher denselben Geburtstag. Wie oft wird das Alter von Thomas ein Teiler vom Alter seiner Mutter sein, wenn sie beide recht lang leben?

- A) 4 mal B) 5 mal C) 6 mal D) 7 mal E) 8 mal

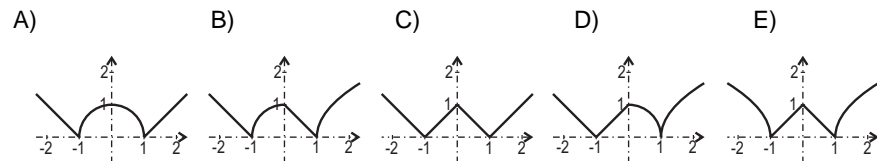
18) Auf einer Insel wohnen Lügner (die immer lügen) und Edle (die immer die Wahrheit sagen). Ein Inselbewohner A behauptet nach Anfrage, dass von ihm und einem weiteren Bewohner B mindestens einer ein Lügner wäre. Welche der folgenden Aussagen stimmt?

- A) A kann diese Aussage nicht treffen. B) A und B sind beide Lügner.
 C) A und B sind beide Edle. D) A ist ein Lügner und B ist ein Edler.
 E) B ist ein Lügner und A ist ein Edler.

19) Wie viele Punkte mit ganzzahligen Koordinaten liegen auf einer Kugel mit Mittelpunkt im Ursprung und Radius 3?

- A) 30 B) 24 C) 12 D) 6 E) 3

20) Welches ist der Graph der Funktion $f(x) = \sqrt{|(1+x)(1-|x|)|}$?



- 5 Punkte Beispiele -

21) Welche der folgenden Zahlen kann nicht als $x + \sqrt{x}$ mit ganzzahligem x geschrieben werden?

- A) 870 B) 110 C) 90 D) 60 E) 30

22) Wenn $f(x) = \frac{2x}{3x+4}$ und $f(g(x)) = x$ gelten, dann gilt

- A) $g(x) = \frac{3x+4}{2x}$ B) $g(x) = \frac{3x}{2x+4}$ C) $g(x) = \frac{2x+4}{4x}$ D) $g(x) = \frac{4x}{2-3x}$
 E) $g(x)$ hat eine andere Gestalt.

23) Anna, Belinda und Charlotte spielen ein Würfelspiel. Anna gewinnt, wenn sie eine 1, 2 oder 3 wirft. Belinda gewinnt, wenn sie eine 4 oder 5 wirft und Charlotte gewinnt, wenn sie eine 6 wirft. Der Würfel wandert der Reihe nach von Anna zu Belinda zu Charlotte, und dann wieder zu Anna, usw. bis eine gewonnen hat. Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Charlotte gewinnt.

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{11}$ D) $\frac{1}{13}$ E) Charlotte kann nicht gewinnen.

24) Wie groß ist der spitze Winkel in einem Rhombus, in dem die Seitenlänge das geometrische Mittel der beiden Diagonalenlängen ist?

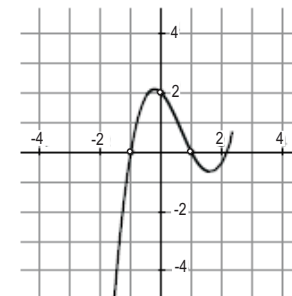
- A) 15° B) 30° C) 45° D) 60° E) 75°

25) In der Abbildung sehen wir ein Stück des Graphen der Funktion $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Wie groß ist b ?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

26) Bestimme die Anzahl der reellen Zahlen a , für die die quadratische Gleichung $x^2 + ax + 2007 = 0$ zwei ganzzahlige Lösungen besitzt.

- A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) eine andere Zahl



27) $\frac{1}{2\sqrt{1} + 1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{100\sqrt{99} + 99\sqrt{100}} =$

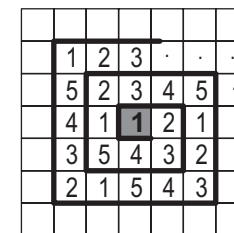
- A) $\frac{999}{1000}$ B) $\frac{99}{100}$ C) $\frac{9}{10}$ D) 9 E) 1

28) Beim Wichteln beschenken fünf Freunde einander so, dass jeder ein Geschenk hergibt und eines erhält, wobei sich niemand selbst beschenkt. Auf wie viele Arten ist dies möglich?

- A) 5 B) 10 C) 44 D) 50 E) 120

29) Die Zahlen der Folge 123451234512345... werden spiralförmig wie abgebildet auf kariertem Papier angeschrieben. Welche Ziffer steht 100 Kästchen über der markierten Ziffer 1?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



30) Die monoton steigende Folge 1,3,4,9,10,12,13,... enthält alle Dreierpotenzen und alle Zahlen die als Summe von (beliebig vielen) paarweise verschiedenen Dreierpotenzen geschrieben werden können. Was ist die hundertste Zahl dieser Folge?

- A) 150 B) 981 C) 1234 D) 2401 E) 3^{100}