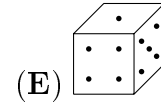
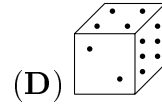
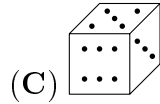
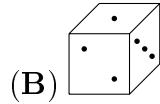
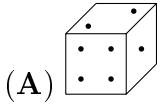


# “Student” 1999

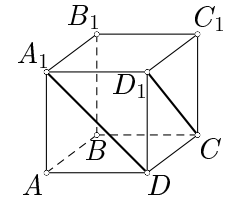
## 3 Punkte Probleme

1. Vier dieser Bilder zeigen verschiedene Ansichten desselben Würfels. Welches Bild paßt nicht dazu?



2. Der Winkel zwischen den Diagonalen  $A_1D$  und  $D_1C$  eines Würfels  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  ist gleich

- (A)  $60^\circ$                       (B)  $80^\circ$                       (C)  $45^\circ$   
 (D)  $90^\circ$                       (E)  $75^\circ$



3. Wieviele positive ganze Zahlen kleiner als 1000 können als Produkt zweier gerader Zahlen geschrieben werden?

- (A) 100                      (B) 150                      (C) 200                      (D) 220                      (E) 249

4. Die Einerziffer der Zahl  $1999^{1998^{1997^{\dots^{2^1}}}}$  ist

- (A) 1                      (B) 3                      (C) 7                      (D) 9                      (E) eine Andere

5. Alle Bildwerte der Funktion  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  sind nicht-negativ, und  $f$  erfüllt die Bedingungen

$$f(1) = 2, \quad f(x + y) = f(x)f(y).$$

Was ist  $f(\frac{1}{2})$ ?

- (A) 0                      (B)  $\frac{1}{2}$                       (C) 1                      (D)  $\sqrt{2}$                       (E) 4

6. Gestern war der Wechselkurs in drei verschiedenen Wechselstuben gleich. In der ersten Wechselstube stieg der Kurs bis Mittag um 5% und fiel bis zum Abend um 5%. In der Zweiten fiel der Kurs bis Mittag um 5% und stieg bis zum Abend um 5%. In der Dritten hat sich der Kurs im Laufe des Tages nicht verändert. In welcher Wechselstube war der Wechselkurs am Ende des Tages am niedrigsten?

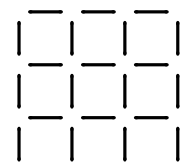
- (A) in keiner                      (B) in der Ersten                      (C) in der Zweiten  
 (D) in der Ersten und Zweiten (E) in der Dritten

7.  $\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} =$

- (A)  $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$     (B)  $1 + \sqrt{2}$                       (C)  $1 + 2\sqrt{2}$                       (D)  $\sqrt{3} + \sqrt{8}$                       (E)  $\sqrt{3} + \sqrt{2\sqrt{2}}$

8. Wähle aus den gegebenen Zahlen die kleinste Anzahl von Zündhölzern, die entfernt werden müssen um genau 3 Quadrate zu erhalten.

- (A) 6                      (B) 8                      (C) 10  
 (D) 12                      (E) 14



9. Für wie viele ganze Zahlen  $n$  ist der Ausdruck  $\frac{2n^2+9n+13}{n+2}$  eine positive ganze Zahl?

- (A) 1                      (B) 2                      (C) 3                      (D) 4                      (E) 5

10. Wenn man im Alter meiner Tochter die Ziffern vertauscht, erhält man mein Alter. Wie alt kann ich bei ihrer Geburt gewesen sein?

- (A) 24                      (B) 25                      (C) 26                      (D) 27                      (E) 28

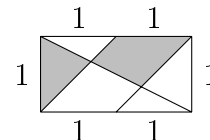
**4 Punkte Probleme**

11. Die Summe der Längen der Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks ist 18 Einheiten. Die Summe der Quadrate der Seitenlängen ist 128 Einheiten. Die Fläche des Dreiecks ist:

- (A) 18                      (B) 16                      (C) 12                      (D) 10                      (E) 9

12. Wie groß ist die Fläche des schattierten Teils des Rechtecks?

- (A)  $\frac{1}{2}$                       (B)  $\frac{2}{3}$                       (C)  $\frac{4}{5}$   
(D)  $\frac{5}{6}$                       (E) 1



13. Es sei

$$a = \sqrt{1 + \sqrt{2 + \sqrt{3 + \sqrt{4 + \sqrt{5 + \sqrt{6}}}}}}$$

Welche der folgenden Ungleichungen gilt?

- (A)  $1 \leq a < 2$       (B)  $2 \leq a < 3$       (C)  $3 \leq a < 4$       (D)  $4 \leq a < 5$       (E)  $5 \leq a < 6$

14. Ein Runder Tisch mit 1 m Radius wird mit einem dünnen quadratischen Tischtuch bedeckt, dessen Seiten 2,5 m lang sind. Die Mittelpunkte des Tisches und der Tischdecke liegen aufeinander. Was ist die Differenz zwischen den Abständen vom höchsten und tiefsten Punkt des Tischtuchrandes zum Boden?

- (A) 0,25 m                      (B) 0,5 m                      (C)  $\frac{5\sqrt{2}-5}{4}$  m  
(D)  $2,5\sqrt{2} - 1$  m                      (E) man kann es nicht feststellen

15. Es sei  $f$  eine Funktion, die durch den Ausdruck

$$f(x) = x^2 + \sqrt{x^4 + 1} + \frac{1}{x^2 - \sqrt{x^4 + 1}}$$

gegeben ist. Was ist der Wert von  $f(1999^{2000})$ ?

- (A)  $-\frac{1}{1999^{1000}}$       (B)  $-\frac{1}{1999^{2000}}$       (C) 0                      (D)  $\frac{1}{1999^{2000}}$       (E)  $\frac{1}{1999^{1000}}$

16. Wie viele Quadrate mit Seiten parallel zum Rand gibt es auf einem  $8 \times 8$  Schachbrett?

- (A) 64                      (B) 65                      (C) 113                      (D) 114                      (E) 204

17. Die Zahl  $1999^n - 1998n - 1$  ergibt ein ganzzahliges Ergebnis, wenn man sie durch  $1998 \cdot 1999$  dividiert, wenn  $n$  gewählt wird als:

- (A) 1997                      (B) 1998                      (C) 1999                      (D) 2000                      (E) 2001

18. Die Summe von zwei der drei Nullstellen von  $x^3 + ax^2 + bx + c$  ist Null, wenn  $c$  gewählt wird als:

- (A)  $a + b$       (B)  $\frac{a}{b}$       (C)  $ab$       (D)  $a - b$       (E)  $a^b$

19. Wie viele Lösungen hat die Gleichung  $x^2 - [x] = 3$ , wobei  $[x]$  die größte ganze Zahl kleiner oder gleich  $x$  bezeichnet?

- (A) 0      (B) 1      (C) 2      (D) 3      (E) 4

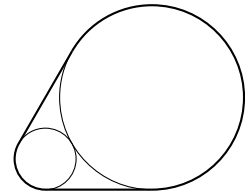
20. Wie viele Lösungen hat die Gleichung  $|||x| - 1| - 2| - 3| = 2,5$  ?

- (A) 2      (B) 4      (C) 6      (D) 8      (E) sonstiges

**5 Punkte Probleme**

21. Zwei Scheiben mit den Durchmessern 6 cm und 18 cm werden wie abgebildet nebeneinandergelegt und mit einem Draht zusammengebunden. Wie lang ist der um sie gelegte Draht?

- (A)  $10 + 20\pi$  cm      (B)  $12\sqrt{3} + 14\pi$  cm      (C)  $13\sqrt{3} + 12\pi$  cm  
 (D)  $14\sqrt{3} + 11\pi$  cm      (E) sonstiges



22. Die Quadrate aufeinanderfolgender natürlicher Zahlen werden folgendermaßen aufgeschrieben:

1491625364964 . . . .

Welche Ziffer ist an der 100sten Stelle?

- (A) 1      (B) 3      (C) 5      (D) 7      (E) 9

23. Eine Insel wird von einem noblen Menschenschlag bewohnt, deren Angehörige immer die Wahrheit sagen, sowie von einer üblen Bande, deren Mitglieder immer Lügen. Es gibt 1999 Personen auf der Insel. Jeder von ihnen mag entweder Singen oder Fußballspielen oder Fischen. Jedem Einwohner werden drei Fragen gestellt:

- 1) Mögen Sie singen?
- 2) Mögen Sie Fußballspielen?
- 3) Mögen Sie Fischen?

1000 Personen beantworteten die erste Frage mit "ja", 700 bejahten die zweite, und 500 bejahten die dritte. Wie viele Lügner gibt es auf der Insel?

- (A) 102      (B) 180      (C) 201      (D) 322      (E) 729

24. Auf wie viele Arten kann man bei schrittweiser Fortbewegung nach unten bzw. nach rechts das Wort KANGAROO lesen?

- (A) 168  
 (B) 224  
 (C) 128  
 (D) 256  
 (E) 328

```

K A N G A R O O
A N G A R O O
N G A R O O
G A R O O
A R O O
R O O
O O
O
    
```

25. Die Abstände von einem Punkt  $P$  im Inneren eines Quadrats  $ABCD$  zu den Eckpunkten

$A$ ,  $B$  und  $C$  sind  $PA = 2$ ,  $PB = 7$  und  $PC = 9$ . Der Abstand  $PD$  ist:

- (A) 3                      (B) 5                      (C) 6                      (D) 7                      (E) 10

26. Wie viele dreielementige Teilmengen können derart von einer sieben-elementigen Menge gebildet werden, dass je zwei Teilmengen genau ein gemeinsames Element haben?

- (A) 3                      (B) 5                      (C) 6                      (D) 7                      (E) 9

27. Eine Folge  $(a_n)_{n \geq 1}$  ist durch

$$\begin{aligned} a_1 &= 1999! \\ a_{n+1} &= \text{die Ziffernsumme von } a_n. \end{aligned}$$

definiert. Was ist  $a_{1999}$ ?

- (A) 1                      (B) 2                      (C) 3                      (D) 6                      (E) 9

28. Gegeben sei die Abbildung  $f: \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Z}$  durch

$$f(n) = \begin{cases} n + 5 & , \text{ wenn } n \text{ ungerade ist} \\ \frac{n}{2} & , \text{ wenn } n \text{ gerade ist} \end{cases} .$$

Was ist die Ziffernsumme der Zahl  $k$ , wenn  $k$  ungerade ist und  $f(f(f(k))) = 35$  gilt?

- (A) 8                      (B) 9                      (C) 10                      (D) 12                      (E) 15

29. Bei der Schulhandballmeisterschaft spielte jede Mannschaft gegen jede andere genau einmal. Eine Mannschaft bekam 2 Punkte für einen Sieg, einen Punkt für ein Unentschieden und 0 Punkte für eine Niederlage. Am Schluß hatte die Siegermannschaft 7 Punkte, die zweitplatzierte Mannschaft 5 Punkte, und die drittplatzierte Mannschaft 3 Punkte. Wieviele Punkte hatte die letztplatzierte Mannschaft?

- (A) 0                      (B) 1                      (C) 2                      (D) 3                      (E) sonstiges

30. Die Fläche des Quadrats  $ABCD$  ist 5. Das Viereck  $EFGH$  ist ein Quadrat, und seine Fläche ist 1. Wie groß ist die Fläche des schattierten Dreiecks?

- (A)  $\frac{1}{4}$                       (B)  $\frac{1}{3}$                       (C)  $\frac{1}{2}$                       (D)  $\frac{3}{4}$                       (E) 1

