

Känguru der Mathematik 2004
Gruppe Kadett (7. und 8. Schulstufe)
18.3.2004



- 3 Punkte Beispiele -

1) *Wie viel ist $2004 - 4 \times 200$?*

- A) 400800 B) 400000 C) 2804 D) 1204 E) 1200

Antwort: D

$$2004 - 4 \times 200 = 2004 - 800 = 1204$$

2) *360 000 Sekunden sind gleich wie*

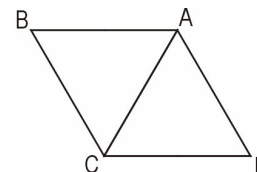
- A) 3 Stunden B) 6 Stunden C) 8,5 Stunden D) 10 Stunden E) mehr als 10 Stunden

Antwort: E

1 Stunde hat 3600 Sekunden. 360 000 Sekunden sind also 100 Stunden.

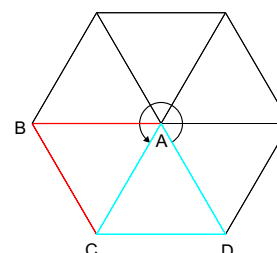
3) *Das gleichseitige Dreieck ACD wird gegen den Uhrzeigersinn um den Punkt A gedreht bis es zum ersten Mal wieder eine Seite mit der Ausgangslage gemeinsam hat. Um welchen Winkel wird gedreht?*

- A) 60° B) 120° C) 180° D) 240° E) 300°



Antwort: E

In der Skizze ist die Lösung sofort ersichtlich.



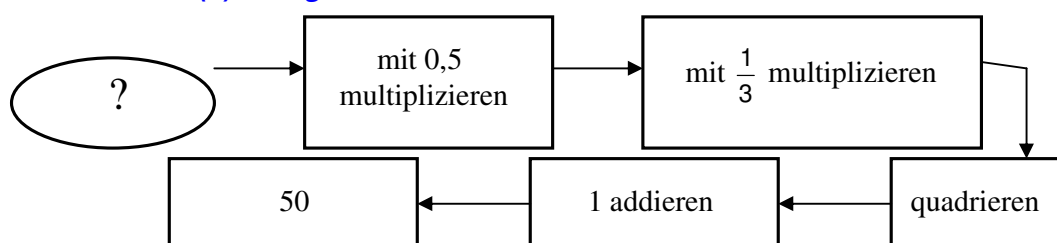
4) *Welche Zahl ist kein Teiler von 2004?*

- A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

Antwort: D

Eine Zahl ist durch 8 teilbar, wenn die letzten 3 Stellen durch 8 teilbar sind!

5) *Mit welcher Zahl (?) wird gestartet?*



- A) 18 B) 24 C) 30 D) 40 E) 42

Antwort: E

Wenn man den umgekehrten Weg geht ergibt sich:

$$50 \Rightarrow 50 - 1 = 49 \Rightarrow \sqrt{49} = 7 \Rightarrow 7 \cdot 3 = 21 \Rightarrow 21 : 0,5 = 42$$

6) Igor hat 16 Spielkarten: 4 Pik (♠), 4 Kreuz (♣), 4 Karo (♦) und 4 Herz (♥). Er möchte sie in folgendem Quadrat so auflegen, dass in jeder Zeile und in jeder Spalte jede der 4 Farben vorkommen. Du siehst schon, wie er begonnen hat. Wie viele Farben können dort, wo sich das Fragezeichen befindet, verwendet werden?

♠		?	
♣	♠		
	♦		
	♥		

- A) keine B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Antwort: C

In der zweiten Spalte fehlt noch Kreuz ♣. Damit kann an der fraglichen Stelle Herz ♥ oder Karo ♦ sein!

7) Der Ausdruck $(1-2) - (3-4) - (5-6) - \dots - (99-100)$ ist gleich

- A) 0 B) 49 C) -48 D) 48 E) 50

Antwort: D

$$(1-2) - (3-4) - (5-6) - \dots - (99-100) = (-1) - (-1) - (-1) - \dots - (-1) = -1 + 1 + 1 + \dots + 1 = -1 + 49 = 48.$$

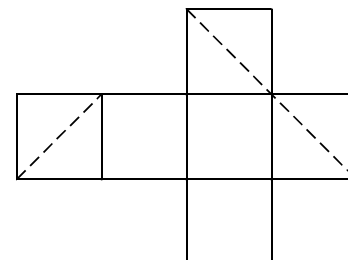
8) Längs einer Buslinie sind neun Haltestellen in regelmäßigen Intervallen verteilt. Die erste Haltestelle ist 600 m von der dritten entfernt. Wie weit ist es von der ersten zur letzten Haltestelle?

- A) 1200 m B) 1500 m C) 1800 m D) 2400 m E) 2700 m

Antwort: D

Zwischen der ersten und der dritten Haltestelle ist eine Strecke von 600m zurückzulegen. Damit ist die Strecke zwischen 2 aufeinanderfolgenden Haltestellen (z.B. erster und zweiter Haltestelle) 300m lang. Zwischen erster und neunter Haltestelle liegen 8 Streckenabschnitte. Damit ist die gesuchte Strecke $300 \cdot 8 = 2400\text{m}$ lang.

9) Ein Würfel wird mit einer Ebene geschnitten und die Schnittfigur im Netz durch strichlierte Linien dargestellt. Um welche Art Figur handelt es sich bei der Schnittfigur?



- A) gleichseitiges Dreieck B) nicht quadratisches Rechteck
C) Quadrat D) rechtwinkeliges Dreieck E) Sechseck

Antwort: A

Die Schnittfigur besteht aus drei gleich langen Seiten (Quadratdiagonalen) und diese bilden natürlich ein gleichseitiges Dreieck.

10) Unser Nachbar hat einen rechteckigen Gemüsegarten. Er möchte die Länge und die Breite des Gartens um je 10% vergrößern. Um wie viel Prozent wird sich dadurch die Fläche des Gartens vergrößern?

- A) 10% B) 20% C) 21% D) 40% E) 121%

Antwort: C

a sei die ursprüngliche Länge und b die ursprüngliche Breite. Vergrößert der Nachbar die Länge a um 10%, dann beträgt die neue Länge $a + \frac{a}{10} = \frac{11}{10}a$. Analog beträgt die neue Breite $\frac{11}{10}b$. Die ursprüngliche Fläche betrug ab . Die neue Fläche beträgt $\frac{11}{10}a \cdot \frac{11}{10}b = \frac{121}{100}ab = ab + \frac{21}{100}ab$. Sie ist also um $\frac{21}{100}$, das sind **21%** größer!

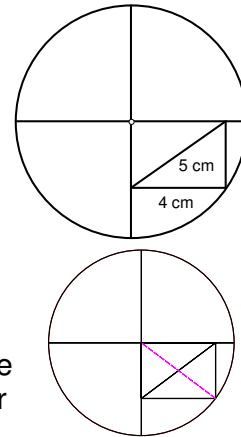
- 4 Punkte Beispiele -

11) Wie groß ist der Kreisdurchmesser?

- A) 10 cm B) 12 cm C) 12,5 cm D) 14 cm E) 18 cm

Antwort: A

Die Antwort wird durch die Skizze unmittelbar klar!
Die Figur lässt sich zu einem Rechteck ergänzen. Die zweite Diagonale ist dann ebenfalls 5 cm = Radius des Kreises. Der Durchmesser ist daher **10cm**.



12) Ein Eisstand bietet neun Eissorten an. Eine Gruppe von Kindern kommt zum Stand und jedes Kind kauft eine Eistüte mit zwei verschiedenen Eissorten. Keine zwei Kinder nehmen dieselben zwei Eissorten und jede mögliche Kombination wird von einem Kind genommen. Wie viele Kinder sind in der Gruppe?

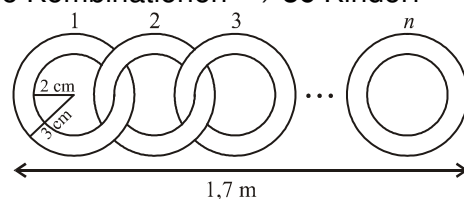
- A) 9 B) 36 C) 72 D) 81 E) 90

Antwort: B

Jede der 9 Eissorten kann mit den restlichen 8 Sorten kombiniert werden. Das sind dann $9 \cdot 8 = 72$ Möglichkeiten. Nun hat man dabei nicht beachtet, dass z.B. Schoko/Vanille dieselbe Kombination wie Vanille/Schoko ist. Damit muss 72 noch durch 2 dividiert werden \Rightarrow 36 verschiedene Kombinationen \Rightarrow **36 Kinder!**

13) Ringe werden wie abgebildet zu einer Kette zusammengefügt. Die Gesamtlänge der Kette ist 1,7 m. Wie viele Ringe werden dabei verwendet?

- A) 30 B) 21 C) 42 D) 85 E) 17

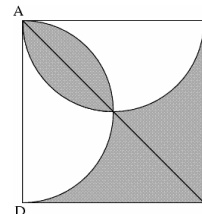


Antwort: C

Wenn man die Figur genauer betrachtet, dann sieht man, dass es n Innenkreise, die sich jeweils berühren, zu je 4cm Durchmesser gibt. 1cm Ringbreite ist jeweils links und rechts noch hinzuzurechnen. Damit ergibt sich die Gleichung: $(1,7m = 170cm!) \quad 4 \cdot n + 2 = 170 \quad | -2 \Rightarrow 4 \cdot n = 168 \quad | :4 \Rightarrow n = 42$.

14) In der Abbildung sehen wir das Quadrat ABCD und Halbkreise mit den Durchmessern AB und AD. Bestimme die Fläche des grauen Bereichs wenn $AB = 2$ gilt.

- A) 2 B) 1 C) 2π D) $\frac{\pi}{2}$ E) $\frac{3}{4}$



Antwort: A

Man sieht, dass man die Figur zu einem halben Quadrat umbauen kann. Fläche des Quadrates ist 4 \Rightarrow gesuchte Fläche ist 2.



15) Im Bild haben wir 11 Felder. Im ersten schreiben wir die Zahl 7 und im neunten die Zahl 6. Wir wissen, dass die Summe der Zahlen in drei aufeinanderfolgenden Feldern immer 21 sein muss. Welche Zahl schreiben wir im zweiten Feld?



- A) 7 B) 8 C) 6 D) 10 E) 21

Antwort: B

Im neunten Feld steht 6. Die Zahlen in den letzten beiden Feldern müssen in der Summe 15 sein, etwa 10|5 oder 8|7 oder Ähnliches. Betrachten wir nun die letzten 3 Felder. Sie könnten etwa so aussehen: 6|5|10. Die 3er-Kombination ein Feld davor wäre dann 10|6|5, und ein Feld davor 5|10|6. Man sieht, dass in allen 3er-Kombination dieselben Zahlen vorkommen müssen. Die Zahl 6 wiederholt sich deshalb immer wieder und ist auch an sechster und an dritter Stelle zu finden.



Die ersten drei Stellen sind also 7|x|6. Die fehlende Zahl muss also 8 sein!

16) Verschiedene Symbole stehen für verschiedene Ziffern und gleiche Symbole für gleiche Ziffern. Wofür steht das Quadrat?

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

$$\begin{array}{r}
 \square \\
 \square \\
 + \quad \circ \quad \circ \\
 \hline
 \triangle \quad \triangle \quad \triangle
 \end{array}$$

Antwort: D

Es ist unmittelbar klar, dass \triangle für „1“ steht, da die Addition von einer 2-stelligen Zahl und zwei 1-stelligen Zahl nur eine 3-stellige Zahl mit der Hunderterstelle 1 ergeben kann. Die \circ müssen dabei entweder mit 8 oder 9 belegt werden, da sich sonst keine dreistellige Zahl ergeben kann. Die Addition der Einerstellen ergibt für die Summe an der Einerstelle aber eine 1 d.h. $\square + \square + \circ = x1$. Damit muss \circ ungerade sein, da die Summe der beiden \square gerade ist. Daher kann \circ nur 9 sein. Damit sich in der Summe der Einerstellen wieder 1 als Einerstelle

ergibt muss entweder $\square = 1$ sein, was nicht möglich ist, da \square ungleich \triangle ist oder $\square = 6$. Die Probe ergibt: $6 + 6 + 99 = 111$.

17) Im ersten von zwei aufeinanderfolgenden Jahren gab es mehr Donnerstage als Dienstage. Keines der beiden war ein Schaltjahr. Von welchem Tag gab es im zweiten Jahr am meisten?

- A) Dienstag B) Mittwoch C) Freitag D) Samstag E) Sonntag

Antwort: C

Das Jahr hat 365 Tage oder $52 \cdot 7 + 1$ Tage. Es gibt also von jedem Wochentag gleich viele ausgenommen von dem Wochentag an dem das Jahr beginnt. Wenn es im Jahr möglichst viele Donnerstage geben soll, muss es mit Donnerstag beginnen. Der letzte Tag im Jahr ist dann ebenfalls ein Donnerstag. Der erste Tag des darauffolgenden Jahres ist dann ein Freitag und natürlich der letzte Tag ebenso!

18) Die beste Mathematikerin der 1b soll eine natürliche Zahl erraten. Ihre Freunde sagen ihr folgendes:

Thomas: "Die Zahl ist 9."

Roman: "Die Zahl ist eine Primzahl."

Andrea: "Die Zahl ist gerade."

Michaela: "Die Zahl ist 15."

Thomas und Roman haben gemeinsam genau einmal die Wahrheit gesagt, und Andrea und Michaela ebenfalls. Wie lautet die Zahl?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 9 E) 15

Antwort: B

Wenn Thomas die Wahrheit gesagt hätte, dann müssten Andrea und Michaela lügen, da 9 weder gerade noch 15 ist.

Damit sagt Roman die Wahrheit. Die gesuchte Zahl ist eine Primzahl. Damit sagt Andrea ebenfalls die Wahrheit! Die gesuchte Zahl, die eine Primzahl und gerade ist, ist die Zahl 2!

19) ABC ist ein gleichschenkliges Dreieck mit $AB = AC = 5$ cm und $\angle BAC > 60^\circ$. Sein Umfang in cm ist ganzzahlig. Wie viele derartige Dreiecke gibt es?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Antwort: D

Wenn der Umfang von ABC ganzzahlig sein soll, muss die Seite BC ebenfalls ganzzahlig sein. Da $\angle BAC > 60^\circ$ ist, muss $BC > 5$ cm sein. Bei $\angle BAC = 60^\circ$ wäre das gleichschenkelige Dreieck nämlich ein gleichseitiges, d.h. $BC = 5$ cm. Andererseits muss die Summe zweier Dreiecksseiten größer als die dritte sein. Damit muss $BC < 10$ cm = 5 cm + 5 cm sein. Die möglichen Seitenlängen für BC sind daher: 6 cm, 7 cm, 8 cm, 9 cm. Es gibt also 4 derartige Dreiecke.

20) Strauss Alfonso trainiert für den Kopf-im-Sand Bewerb der Tierolympiade. Er nimmt um 8:15 Uhr am Montag Morgen seinen Kopf aus dem Sand, womit er eine neue Bestzeit mit 98 Stunden und 56 Minuten aufgestellt hat. Wann hat Alfonso seinen Kopf in den Sand gesteckt?



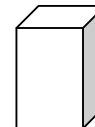
- A) Donnerstag um 5:19 B) Donnerstag um 5:41
C) Donnerstag um 11:11 D) Freitag um 5:19 E) Freitag um 11:11

Antwort: A

Es ist unmittelbar klar, dass es sich um eine Uhrzeit der Form xx:19 handeln muss, da 56 Minuten um 4 Minuten weniger als die volle Stunde sind und bei einer Endzeit von 8:15 nur xx:19 ($8:15 - yy:56 = xx:19$) herauskommen kann. 99 Stunden sind 4 volle Tage und 3 Stunden. Damit ist Donnerstag 5:19 die korrekte Antwort!

- 5 Punkte Beispiele -

21) Ich habe viele Bauklötze mit Länge 1 cm, Breite 2 cm und Höhe 3 cm. Wie viele Bauklötze brauche ich mindestens um damit einen Würfel (ohne Hohlräumen) zu bauen?



- A) 12 B) 18 C) 24 D) 36 E) 60

Antwort: D

Das Volumen des gesuchten Würfels muss ganzzahlig sein (jeder Bauklotz hat ganzzahliges Volumen) und eine Zahl der Form a^3 . Bei einer Zerlegung dieser Zahl in die Primfaktoren p_i wird auch jeder Primfaktor in der Form p_i^3 in der Zahl enthalten sein. Das Volumen des Bauklotzes ist $6\text{cm}^3 = 2 \cdot 3\text{cm}^3$. Das kleinstmögliche Volumen eines aus solchen Bauklötzen gebauten Würfels muss daher also die Form $2^3 \cdot 3^3 = 216\text{ cm}^3$ haben. Das Volumen des Bauklotzes ist in dieser Zahl 36 mal enthalten! Der Würfel hat die Kantenlänge 6 und es ist unschwer einzusehen, dass er sich aus diesen Bauklötzen bauen lässt!

22) Jede von 5 Mathematikerinnen denkt an eine Zahl, die entweder eins, zwei oder vier sein kann. Sie multiplizieren alle Zahlen miteinander. Welche Zahl könnte dabei herauskommen?

- A) 100 B) 120 C) 256 D) 768 E) 2048

Antwort: C

Die gesuchte Zahl kann als Primfaktor nur die Zahl 2 enthalten, da die verwendeten Zahlen 1, 2, $4 = 2 \cdot 2$ sind. Damit bleiben nur Antwort C ($256 = 2^8$) und E ($2048 = 2^{11}$) möglich. Die größte Zahl, die auf diese Art entstehen kann ist aber $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^{10} = 1024$. Damit verbleibt Antwort C!

23) Das durchschnittliche Alter von Oma, Opa und ihren 7 Enkeln ist 28. Das durchschnittliche Alter der 7 Enkeln ist 15. Wie alt ist Opa, wenn er 3 Jahre älter als Oma ist?

- A) 71 B) 72 C) 73 D) 74 E) 75

Antwort: E

Die Summe aller Alter muss $28 \cdot 9 = 252$ Jahre sein. Die Summe der Alter aller Enkeln ist $15 \cdot 7 = 105$ Jahre. Damit verbleiben für die Summe der Alter von Oma und Opa $252 - 105 = 147$ Jahre. Rechnet man die 3 Jahre, die Opa älter als Oma ist, von dieser Zahl ab und dividiert durch 2 d.h. $144 : 2 = 72$ Jahre, so erhält man das Alter von Oma. Opa ist also 75 Jahre alt.

24) Im Gehege waren mehrere Kängurus. Eines sagt „Es sind 6 von uns hier.“ und springt aus dem Gehege. In jeder weiteren Minute sagt ein Känguru „Alle, die vor mit gesprungen sind, haben gelogen.“ und springt aus dem Gehege. Das geht so weiter, bis das Gehege leer ist. Wie viele Kängurus haben die Wahrheit gesagt?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Antwort: B

Nimmt man an, dass das erste Känguru die Wahrheit gesprochen hat, dann lügt das zweite mit seiner Aussage. Alle weiteren lügen aber mit derselben Aussage ebenfalls, weil nicht alle zuvor gesprungenen Kängurus gelogen haben. Nimmt man an, dass das erste Känguru gelogen hat, dann sagt das zweite Känguru mit seiner Aussage die Wahrheit. Alle weiteren lügen aber mit derselben Aussage, weil nicht alle zuvor gesprungenen Kängurus gelogen haben. Damit hat aber genau **ein** (1) Känguru die Wahrheit gesagt.

25) Im Quadrat mit Seitenlänge 6 cm liegen A und B auf der waagrechten Mittenparallele der Seiten. Verbindet man A und B wie abgebildet mit den Eckpunkten, wird das Quadrat in drei flächengleiche Teile zerlegt. Wie lang ist die Strecke AB?

- A) 3,6 cm B) 3,8 cm C) 4,0 cm D) 4,2 cm E) 4,4 cm

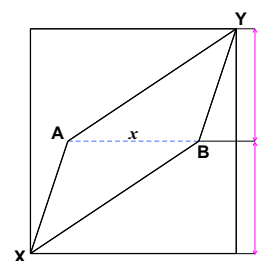
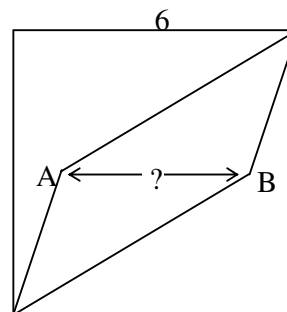
Antwort: C

Aus der Skizze geht hervor, dass die Fläche von XBYA durch Zerlegen in zwei Dreiecke ABY und AXB ermittelt werden kann. Die beiden Dreiecke haben die Seite $AB = x$ gemeinsam. AB ist die waagrechte Mittenparallele zu den waagrechten Quadratseiten. Daher muss der Abstand von AB zu den parallelen Quadratseiten 3cm betragen. Daher gilt:

$$A_{XBYA} = A_{ABY} + A_{AXB} = \frac{x \cdot 3}{2} + \frac{x \cdot 3}{2} = x \cdot 3.$$

Die Fläche des Quadrates beträgt $6 \cdot 6 = 36 \text{ cm}^2 \Rightarrow$

$$A_{XBYA} = 3 \cdot x = 36 : 3 = 12 \text{ cm}^2 \Rightarrow x = 4 \text{ cm}.$$



26) Frau Pritti fährt von ihrem Haus zum Strand mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von 30 km/h. Auf dem Rückweg ist sie müde, und ihre Durchschnittsgeschwindigkeit ist 10 km/h. Was ist ihre Durchschnittsgeschwindigkeit für die gesamte Fahrt hin und zurück?

- A) 12 km/h B) 15 km/h C) 20 km/h D) 22 km/h E) 25 km/h

Antwort: B

Nehmen wir an, dass der Weg zum Strand 30km wäre. Dann braucht sie für den Hinweg 1 Stunde und für den Rückweg 3 Stunden. Sie braucht also für eine Strecke von insgesamt 60 km 4 Stunden. Sie legt also im Schnitt pro Stunde 15 km zurück!

27) Hans gibt Bücher auf sein Bücherregal. Sie haben alle entweder 48 oder 52 Blätter. Welche der folgenden Zahlen kann nicht die Anzahl der Blätter aller Bücher auf seinem Regal sein?

- A) 500 B) 524 C) 568 D) 588 E) 620

Antwort: B

48 ist $(50 - 2)$, 52 ist $(50 + 2)$. Es genügt zu untersuchen wie weit die einzelnen gegebenen Antworten von einer „50er-Zahl“ abweichen. Außerdem sieht man, dass $48 + 52 = 100$. Damit ergibt sich Folgendes:

$500 = 5 \cdot 100$ und ist klar.

$568 = 550 + 18$. Abweichung $(+18) = 9 \cdot (+2)$ von 50-er Zahl $\Rightarrow 9 \cdot 52 + 100 = 568$

$588 = 600 - 12$. Abweichung $(-12) = 6 \cdot (-2)$ von 50-er Zahl $\Rightarrow 6 \cdot 48 + 300 = 588$

$620 = 600 + 20$. Abweichung $(+20) = 10 \cdot (+2)$ von 50-er Zahl $\Rightarrow 10 \cdot 52 + 100 = 620$

$524 = 500 + 24$. Abweichung $(+24) = 12 \cdot (+2)$ von 50-er Zahl \Rightarrow **$12 \cdot 52$ ist zu groß.**

28) a und b sind natürliche Zahlen, die jeweils nicht durch 10 teilbar sind. Es gilt $ab = 10000$. Dann ist $a + b =$

- A) 641 B) 1000 C) 1024 D) 1258 E) 2401

Antwort: A

$10000 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 = 2^4 \cdot 5^4 = 16 \cdot 625 = a \cdot b \Rightarrow a + b = 16 + 625 = \mathbf{641}$

29) Die Zahl 2004 ist durch 12 teilbar und hat die Ziffernsumme 6. Wie viele vierziffrige Zahlen gibt es mit diesen beiden Eigenschaften?

- A) 10 B) 12 C) 13 D) 15 E) 18

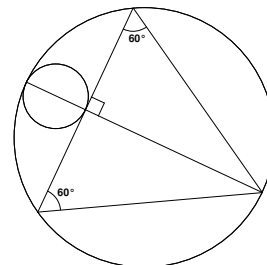
Antwort: E

Eine Zahl ist durch 12 teilbar, wenn sie durch 3 und durch 4 teilbar ist, d.h. die Ziffernsumme der Zahl muss durch 3 teilbar sein und die letzten beiden Stellen der Zahl durch 4. damit ergeben sich für die Ziffern der Zahl folgende Möglichkeiten:

$(6,0,0,0) \Rightarrow 6000$; $(5,1,0,0) \Rightarrow 5100, 1500$; $(4,2,0,0) \Rightarrow 4200, 4020, 2400, 2040, 2004$;
 $(4,1,1,0) \Rightarrow 1104, 1140$; $(3,3,0,0) \Rightarrow 3300$; $(3,2,1,0) \Rightarrow 3120, 3012, 1320, 1032$;
 $(2,2,2,0) \Rightarrow 2220$; $(2,1,2,1) \Rightarrow 2112, 1212$; $(3,1,1,1)$ ist nicht möglich.
 Es gibt also **18** solche Zahlen.

30) In nebenstehender Zeichnung ist das Dreieck gleichseitig. Mit welcher Zahl muss man die Fläche des kleinen Kreises multiplizieren um die Fläche des großen Kreises zu erhalten?

- A) 12 B) 16 C) $9\sqrt{3}$ D) π^2 E) 10



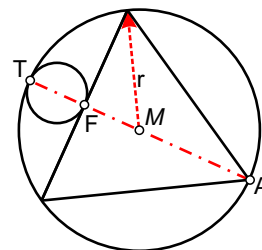
Antwort: B

Der Umkreismittelpunkt eines gleichseitigen Dreiecks ist gleichzeitig dessen Schwerpunkt. Der Schwerpunkt teilt die Schwerlinie im Verhältnis 2:1.

Damit gilt:

$$2 \cdot \overline{MF} = \overline{MA} = r \Rightarrow \overline{MF} = \frac{r}{2}$$

$$\overline{FT} + \overline{MF} = r \Rightarrow \overline{FT} = \frac{r}{2}$$



Damit ist der Durchmesser des kleinen Kreises $\frac{r}{2}$. Der Durchmesser des großen Kreises ist $2r$ und damit 4mal so groß wie der Durchmesser des kleinen Kreises. Daher ist die Fläche des großen Kreises 16-mal so groß wie die Fläche des kleinen.