

# Medienvielfalt im *Mathematikunterricht*

Forschungsprojekt des  
Bundesministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur  
bm:bwk

## Medienvielfalt im Mathematikunterricht

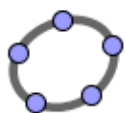
TEIL 5

# ALLGEMEINE EVALUATIONSERGEBNISSE und methodisch-didaktische Schlussfolgerungen

verfasst von

Mag. Evelyn Stepancik

Hollabrunn, Dezember 2006



GeoGebra



Eine Galerie multimedialer Lernhilfen

**mathe online**

für Schule, Fachhochschule,  
Universität und Selbststudium

## 5. ALLGEMEINE EVALUATIONSERGEBNISSE und methodisch-didaktische Folgerungen

---

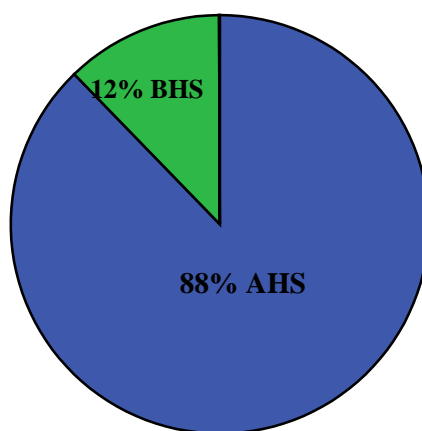
### 5.1. Äußere Evaluation

#### 5.1.1. Ergebnisse der Schüler/innen-Evaluation

An der äußeren / externen Evaluation nahmen 1538 Schüler/innen aus 88 Klassen teil, davon waren 36 aus der Unterstufe und 52 aus der Sekundarstufe II (AHS und BHS). Davon waren 49% männliche Schüler und 51% weibliche Schülerinnen. 57% der Schüler/innen gaben an, dass Mathematik ein Fach ist, das sie gerne mögen. Untersucht man diese Frage geschlechtsspezifisch, so sind die Unterschiede geringer als möglicherweise erwartet. 52% Mädchen und 63% der Buben gaben an, dass Mathematik ein Fach ist, das sie gerne mögen.

Auf die einzelnen Schulstufen entfielen dabei folgende Prozentsätze:

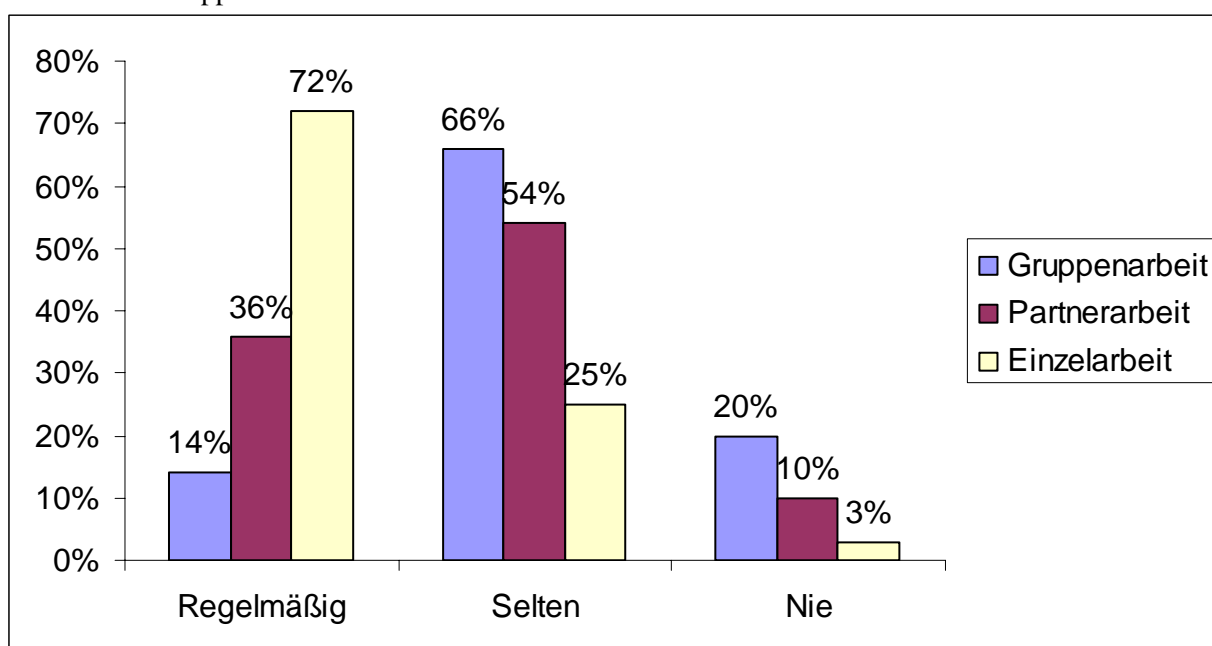
- 6. Schulstufe: 16%
- 7. Schulstufe: 15%
- 8. Schulstufe: 18%
- 9. Schulstufe: 23% (AHS und BHS)
- 10. Schulstufe: 10% (AHS und BHS)
- 11. Schulstufe: 11% (AHS und BHS)
- 12. Schulstufe: 7% (AHS und BHS)



Auf die einzelnen Lernpfade entfiel dabei folgende Schüler/innenanzahl:

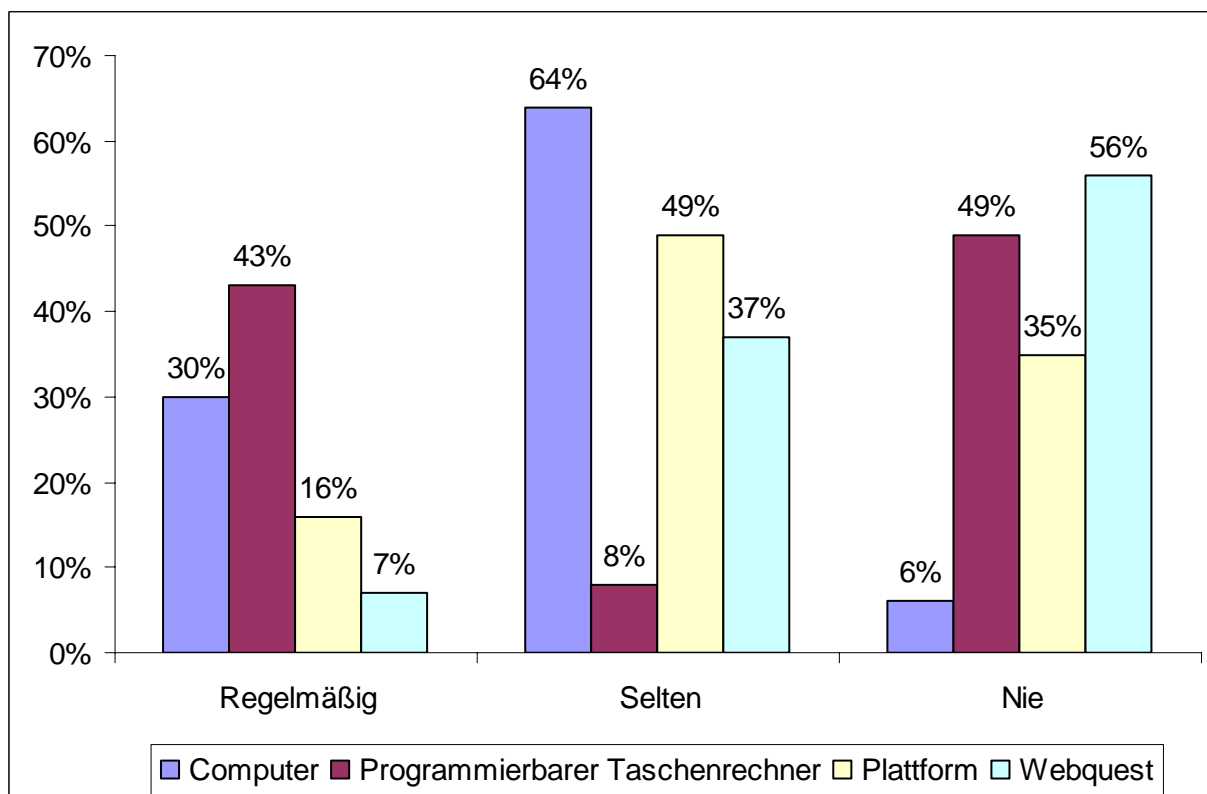
Koordinatensystem und geometrische Grundbegriffe	198
Kongruenz - vermuten, erklären, begründen	15
Dreiecke - Merkwürdige Punkte	63
Pythagoras (3. Klasse)	242
Pythagoras im Raum (4. Klasse)	66
Zylinder - Kegel - Kugel	6
Beschreibende Statistik (4. Klasse)	199
Funktionen - Einstieg	281
Vektorrechnung in der Ebene, Teil 1	104
Vektorrechnung in der Ebene, Teil 2	56
Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung	59
Einführung in die Differentialrechnung	201
Einführung in die Integralrechnung	25
RSA-Algorithmus: Asymmetrische Verschlüsselung	23

Die am häufigsten und am regelmäßigsten verwendete Arbeitsweise im Mathematikunterricht ist die Einzelarbeit. Gruppen- und Partnerarbeiten erleben viele Schüler/innen selten.

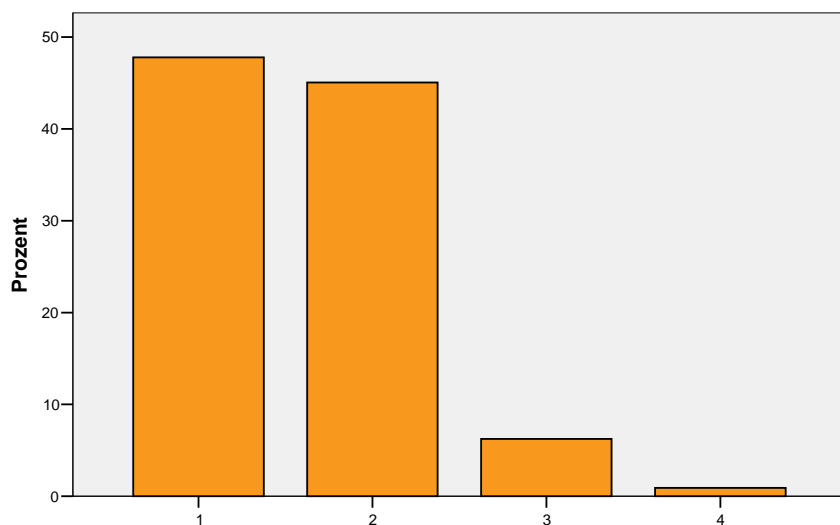


Derzeit haben nur 6% der Schüler/innen (vor Einsatz der Lernpfade) den Computer im Unterricht nie verwendet. Hingegen verwenden 94% der Schüler/innen den Computer im Unterricht. Wollen LehrerInnen allerdings regelmäßig technologieunterstützt unterrichten, so wird überwiegend ein programmierbarer Taschenrechner, danach erst der Computer eingesetzt. Wird Technologie gelegentlich verwendet, wählt die überwiegende Mehrheit den Computer.

Erfreulich ist auch, dass rund 65% der Schüler/innen Lernplattformen in ihrem Unterricht bereits kennen gelernt haben.



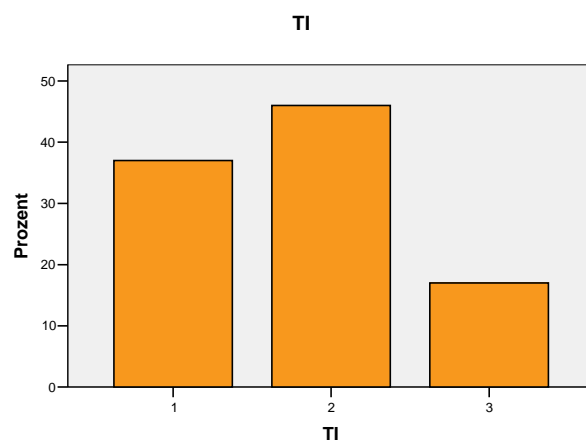
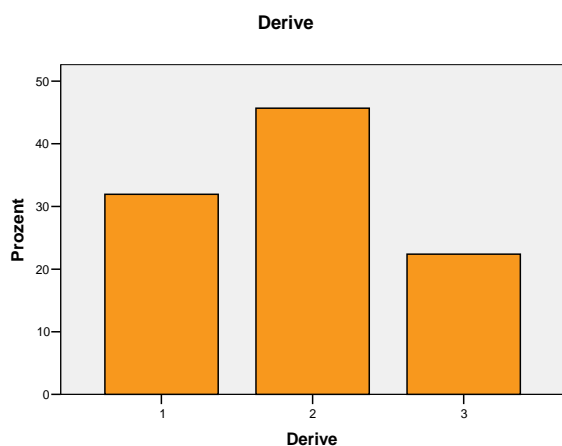
Die Schüler/innen schätzen ihre eigenen Computerkenntnisse folgendermaßen ein:  
Ich kenne mich mit dem Computer gut aus:



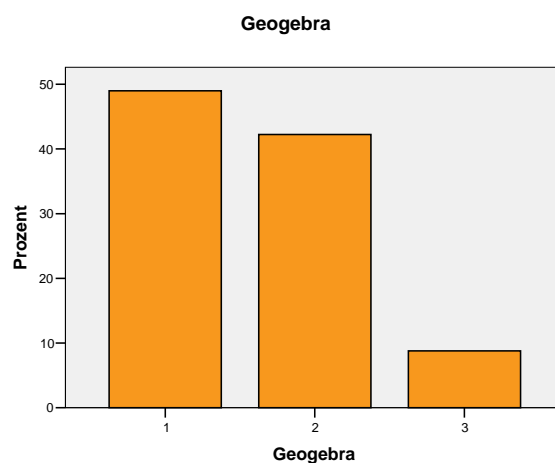
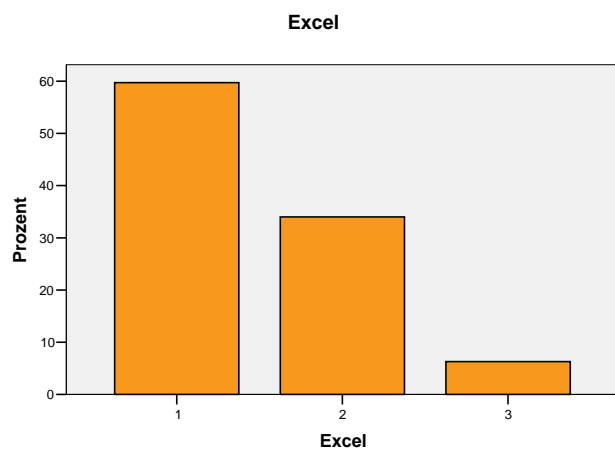
1	trifft völlig zu
2	trifft eher zu
3	trifft eher nicht zu
4	trifft gar nicht zu

Bei der Frage, ob die im Lernpfad verwendete Software mit den im Lernpfad angeführten Erklärungen leicht zu handhaben war, erzielten die Excel-Hilfen (Videos) gefolgt von den GeoGebra Erklärungen die besten Werte.

Die Software war (mithilfe der Erklärungen im Lernpfad) leicht zu handhaben!



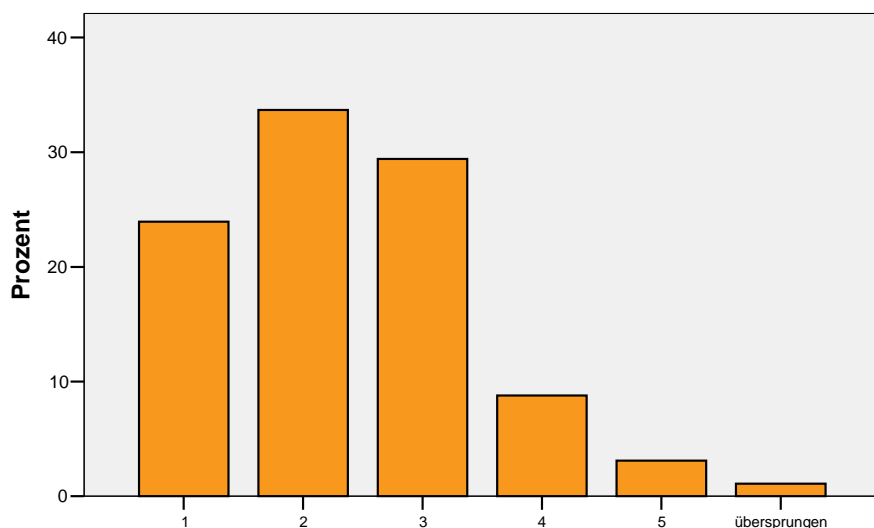
1 ... trifft zu  
2 ... trifft zum Teil zu  
3 ... trifft nicht zu



Die Gestaltung der Lernpfade wird von den Schüler/innen sehr positiv beurteilt. 69% gaben an, dass ihnen das Layout der Lernpfade sehr gut gefallen hat. 79% der Schüler/innen antworteten auf die Frage: „Ich habe mich mit den Links im Lernpfad sehr gut zurechtgefunden“ mit „trifft völlig zu“ bzw. „trifft eher zu“, für einen weitaus geringeren Anteil der Schüler/innen trifft dies eher nicht bzw. gar nicht zu.

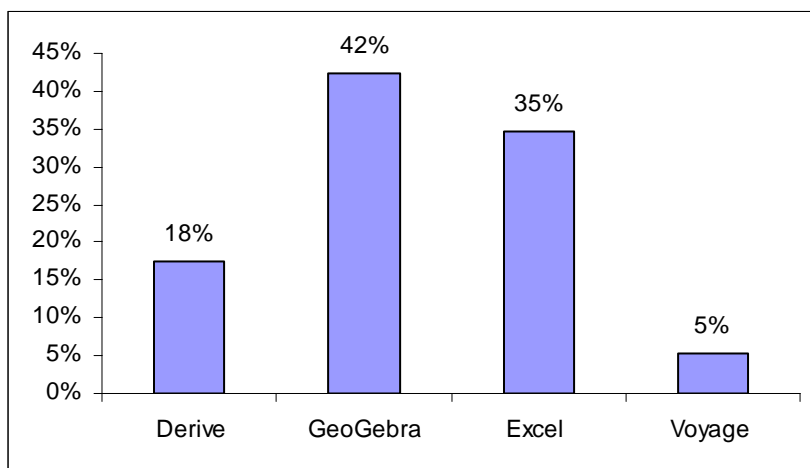
Die in den Lernpfaden verwendete Sprache, war für 79% der Schüler/innen „zur Gänze“ bzw. „größtenteils“ verständlich. Inwieweit sich dies auf das Lesen der Texte niederschlägt, zeigt das folgende Diagramm:

Ich habe die Texte im Lernpfad immer vollständig gelesen:



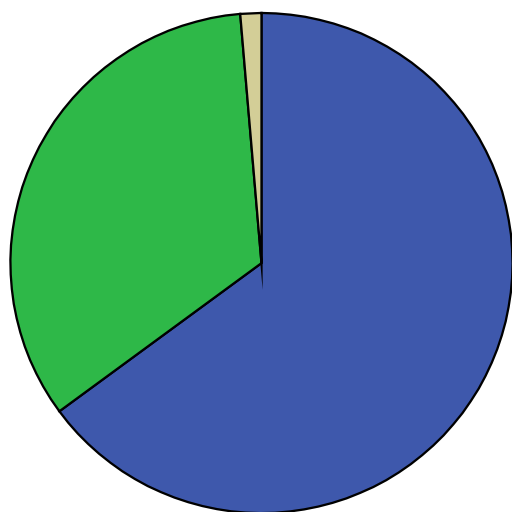
1	trifft völlig zu
2	trifft eher zu
3	trifft zum Teil zu
4	trifft eher nicht zu
5	trifft gar nicht zu

Bei der Konzeption der Lernpfade, welche vor allem der Begriffsbildung dienen, wurden viele neue Visualisierungsmöglichkeiten – vor allem mit GeoGebra – von den Ersteller/innen ausgeschöpft. Daher ist GeoGebra auch die am häufigsten von Schüler/innen verwendete Software.



Über 60% der Schüler/innen gaben an, dass die interaktiven Übungen ihnen beim Verständnis geholfen haben, allerdings haben rund 50% nie zuhause mit dem Lernpfad gearbeitet, 39% haben ihn jedoch zum Üben für die Schularbeit verwendet.

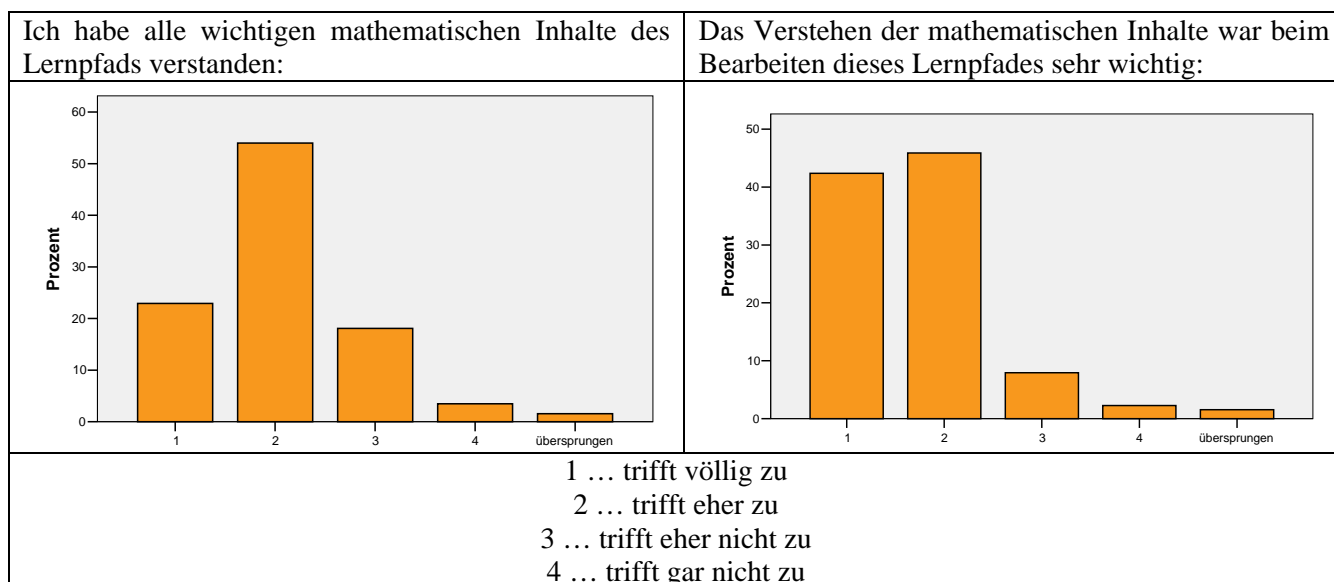
Ich möchte im Mathematikunterricht wieder mit einem Lernpfad arbeiten:



1 ... ja  
2 ... nein  
übersprungen

Wiederum mehr als die Hälfte der Schüler/innen – nämlich 65% - bejahten die Frage, ob sie wieder mit einem Lernpfad im Mathematikunterricht arbeiten möchten, einen großen Anteil an dieser Tatsache haben die Unterstufenschüler/innen.

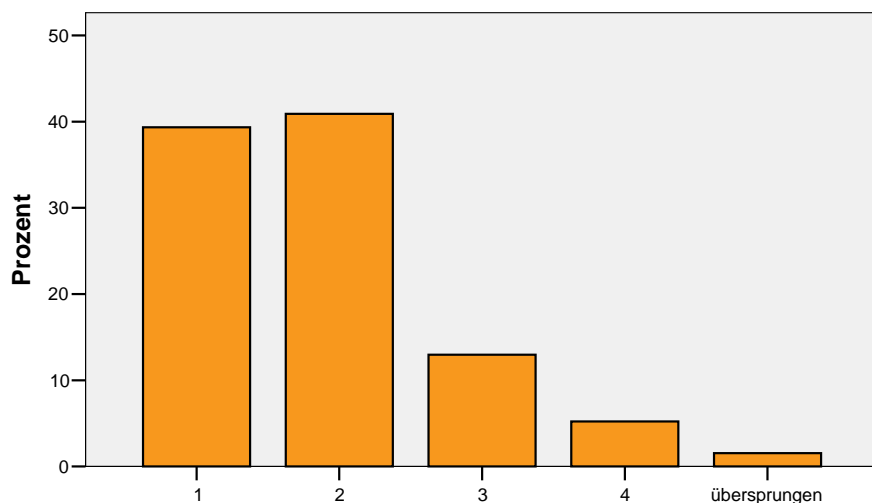
Ein überdurchschnittlich hoher Anteil der Schüler/innen – 78% - gab an, dass sie alle wichtigen mathematischen Inhalte des Lernpfades verstanden haben. Ein noch höherer Anteil – nämlich 90% der Schüler/innen – ist überzeugt, dass das Verstehen der mathematischen Inhalte beim Bearbeiten dieses Lernpfades sehr wichtig war.



Die Schüler/innen sind der Meinung, dass durch die Arbeit am Lernpfad gemeinsames Arbeiten und Kommunikation über mathematische Inhalte ermöglicht wurde. Für 81% der Schüler/innen traf es völlig bzw. eher zu, dass es beim Durcharbeiten ihres Lernpfades möglich war, mit anderen Schüler/innen über die mathematischen Inhalte zu sprechen. Mehr als die Hälfte der Schüler/innen stimmten der Aussage: „Beim Erlernen der mathematischen Inhalte mit diesem Lernpfad konnte ich allein oder mit anderen gemeinsam Ideen und Argumente austauschen.“, zu.

Beim Durcharbeiten dieses Lernpfades war es möglich, mit anderen Schüler/innen über die mathematischen Inhalte zu sprechen:

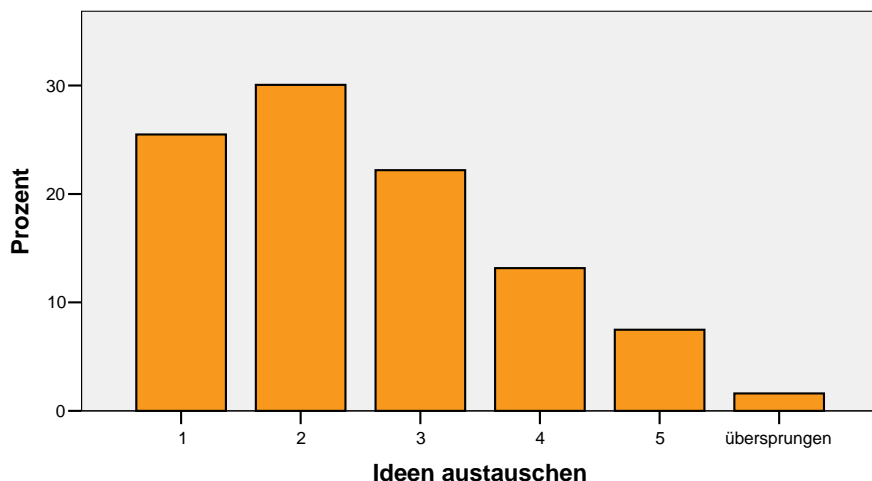
**Miteinander sprechen**



1	Trifft völlig zu
2	Trifft eher zu
3	Trifft eher nicht zu
4	Trifft gar nicht zu

Beim Erlernen der mathematischen Inhalte mit diesem Lernpfad konnte ich allein oder mit anderen gemeinsam Ideen und Argumente austauschen:

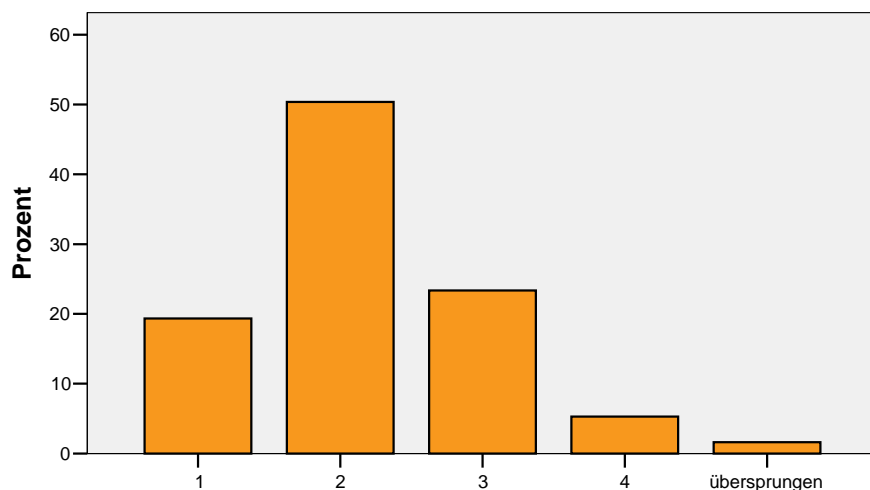
**Ideen austauschen**



1	Trifft völlig zu
2	Trifft eher zu
3	Trifft zum Teil zu
4	Trifft eher nicht zu
5	Trifft gar nicht zu

Ähnlich wie der oben beschriebene kommunikative Aspekt wurde das Nachdenken über mathematisches Tun bewertet.

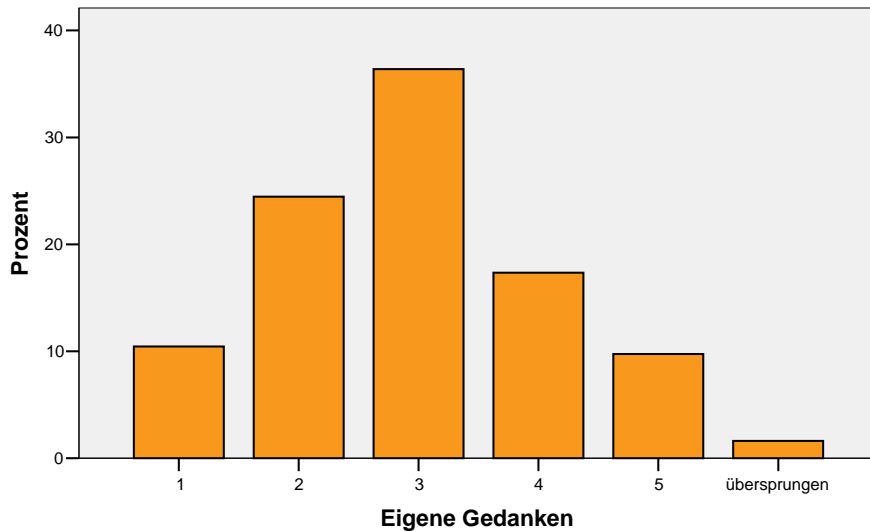
Beim Bearbeiten dieses Lernpfades gab es Gelegenheiten, über das mathematische Tun nachzudenken:



1	trifft völlig zu
2	trifft eher zu
3	trifft eher nicht zu
4	trifft gar nicht zu

Analog zur vorhergehenden Aussage erhält auch die folgende ein hohes Maß an Zustimmung.

Meine eigenen Gedanken wurden beim Erarbeiten der Inhalte dieses Lernpfades berücksichtigt:

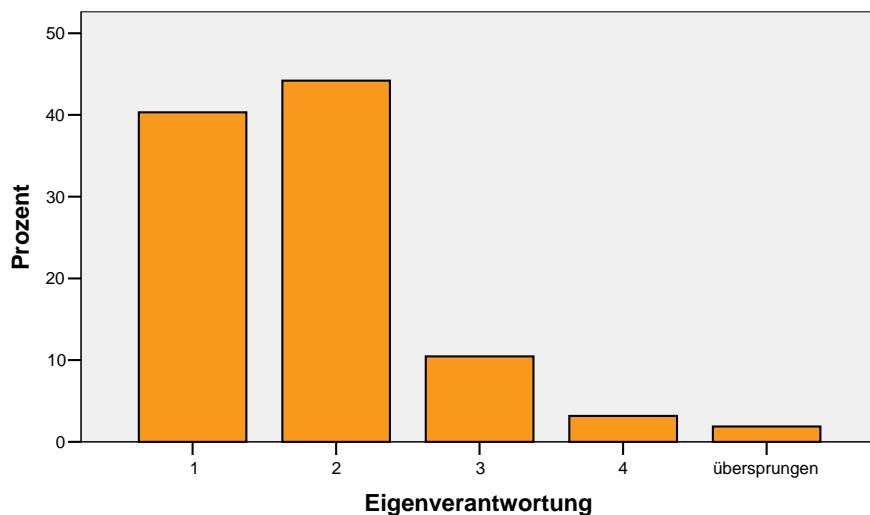


1	trifft völlig zu
2	trifft eher zu
3	trifft zum Teil zu
4	trifft eher nicht zu
5	trifft gar nicht zu



Allerdings fällt auf, dass 68% der Schüler/innen das Erlernen der mathematischen Inhalte mit diesem Lernpfad eher als Nachvollziehen eines fix vorgegebenen Weges empfunden haben. Hingegen stimmten 85% der Schüler/innen der Aussage: „Beim Erlernen der Inhalte mit diesem Lernpfad war ich selbst für meinen Lernfortschritt und Lernprozess verantwortlich“, zu.

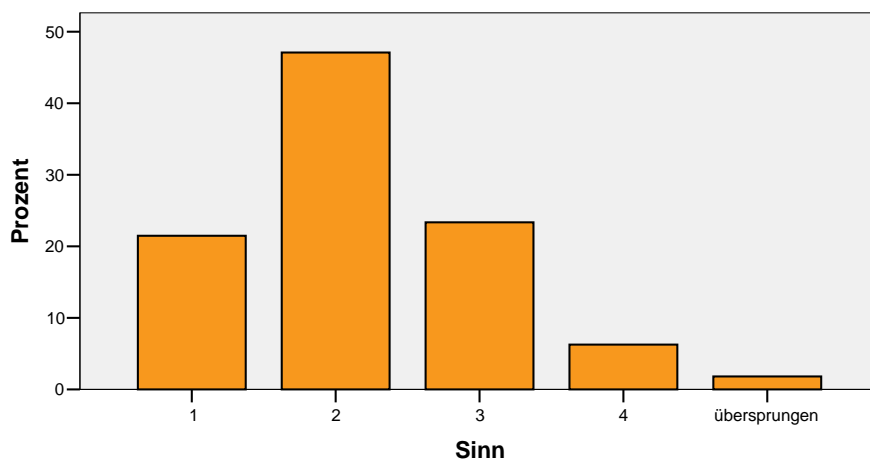
Beim Erlernen der Inhalte mit diesem Lernpfad war ich selbst für meinen Lernfortschritt und Lernprozess verantwortlich:



1	trifft völlig zu
2	trifft eher zu
3	trifft eher nicht zu
4	trifft gar nicht zu

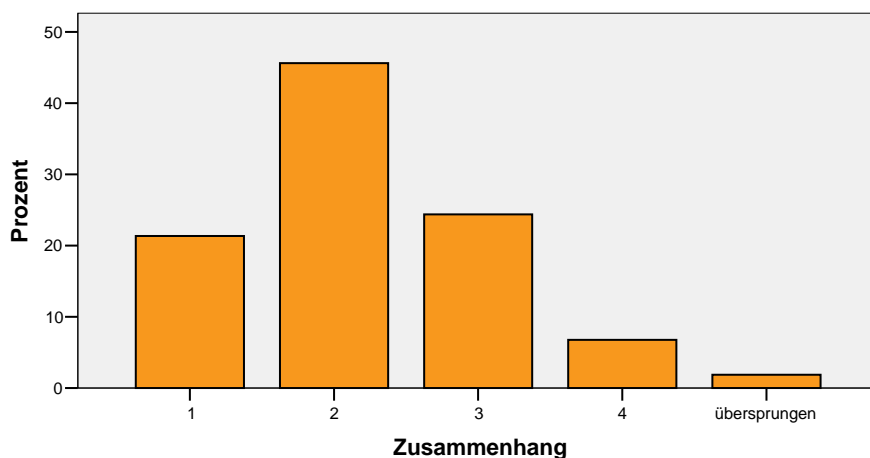
Der Sinn und die Bedeutung der neu erlernten Begriffe wird rund 70% der Schüler/innen klar und etwa ebenso viele erkennen einen Zusammenhang des neu erlernten Teilgebiets mit anderen mathematischen Gebieten.

Der Sinn und die Bedeutung der neu erlernten Begriffe sind mir durch den Lernpfad klar geworden:



trifft völlig zu	1
trifft eher zu	2
trifft eher nicht zu	3
trifft gar nicht zu	4

Mit Hilfe dieses Lernpfades konnte ich erkennen, dass dieses neue mathematische Teilgebiet einen Zusammenhang mit anderen mathematischen Gebieten hat:

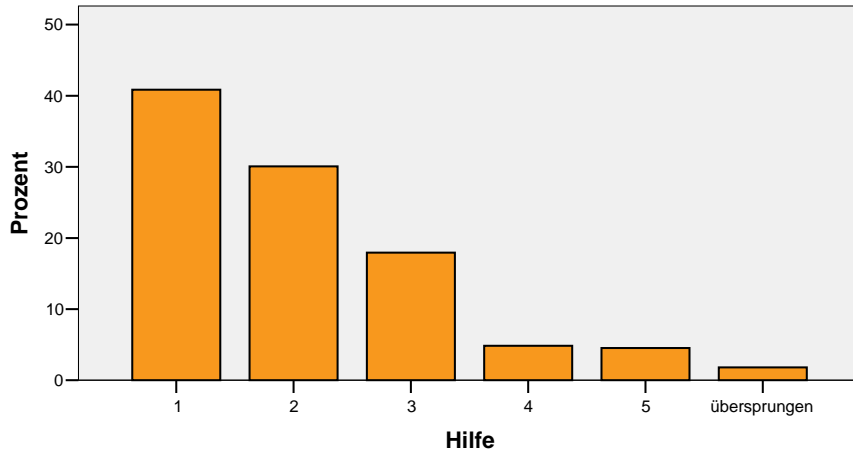


trifft völlig zu	1
trifft eher zu	2
trifft eher nicht zu	3
trifft gar nicht zu	4

Enorm viele Schüler/innen – rund 60% - haben diesen Lernpfad mit Neugier, Engagement sowie Lust am Denken und mathematischen Tun absolviert, im Bereich der Unterstufe werden hier deutlich bessere Ergebnisse erzielt.

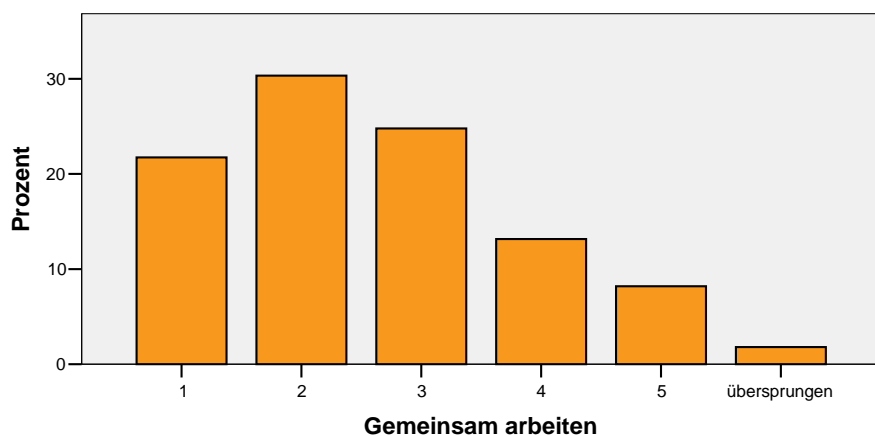
Gegenseitiges Helfen und gemeinsames Arbeiten wurde durch diese Lernpfade bzw. deren methodische Umsetzung in erfreulichem Ausmaß umgesetzt.

Bei der Arbeit mit diesem Lernpfad war es selbstverständlich Mitschüler/innen beim Verstehen zu helfen und selbst, wenn nötig, Hilfe zu bekommen:



trifft völlig zu	1
trifft eher zu	2
trifft zum Teil zu	3
trifft eher nicht zu	4
trifft gar nicht zu	5

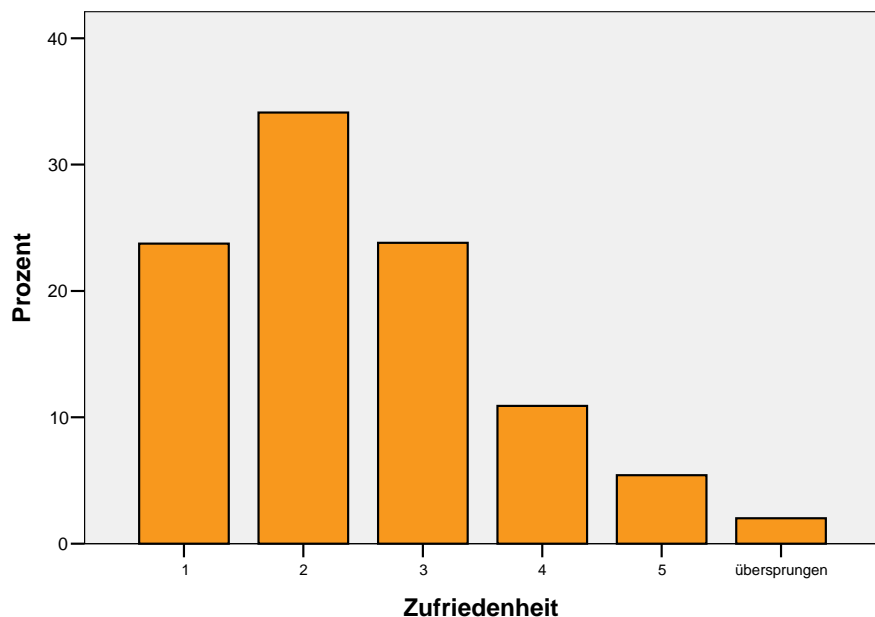
Der Unterricht mit diesem Lernpfad hat mir immer wieder Gelegenheit geboten, gemeinsam mit anderen an Probleme heranzugehen, d.h. wir konnten uns über Ziele und Strategien verständigen, wechselseitige Schwächen ausgleichen und Stärken bündeln.



trifft völlig zu	1
trifft eher zu	2
trifft zum Teil zu	3
trifft eher nicht zu	4
trifft gar nicht zu	5

Die Zufriedenheit mit den Lernpfaden war auf Seiten der Schüler/innen sehr hoch.

Wie zufrieden bist du mit diesem Lernpfad:



1	sehr zufrieden
2	eher zufrieden
3	unentschieden
4	eher unzufrieden
5	sehr unzufrieden

## 5.1.2. Ergebnisse der Lehrer/innen-Evaluation

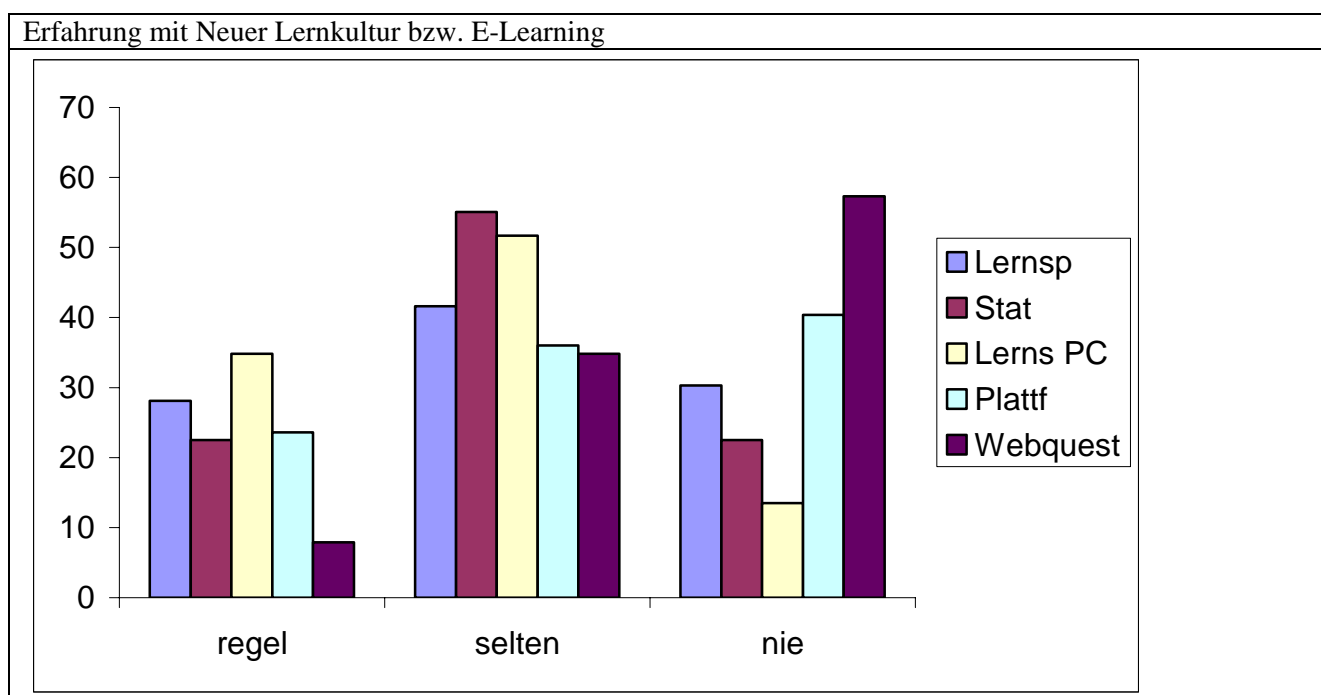
An der externen Evaluation nahmen 74 Lehrer/innen teil, wobei manche auch mit zwei oder drei Klassen teilnahmen, so dass sich 89 ausgefüllte Fragebögen ergaben.

Das Geschlecht ist annähernd gleichverteilt mit 47% männlichen und 53% weiblichen Teilnehmer/innen. Die freiwillige Angabe des Alters wurde von 85 Lehrer/innen gemacht, dabei ergab sich eine sehr heterogene Verteilung von 24 bis 60 Jahren, wobei die Altersgruppe von 47 bis 50 Jahren am stärksten vertreten war.

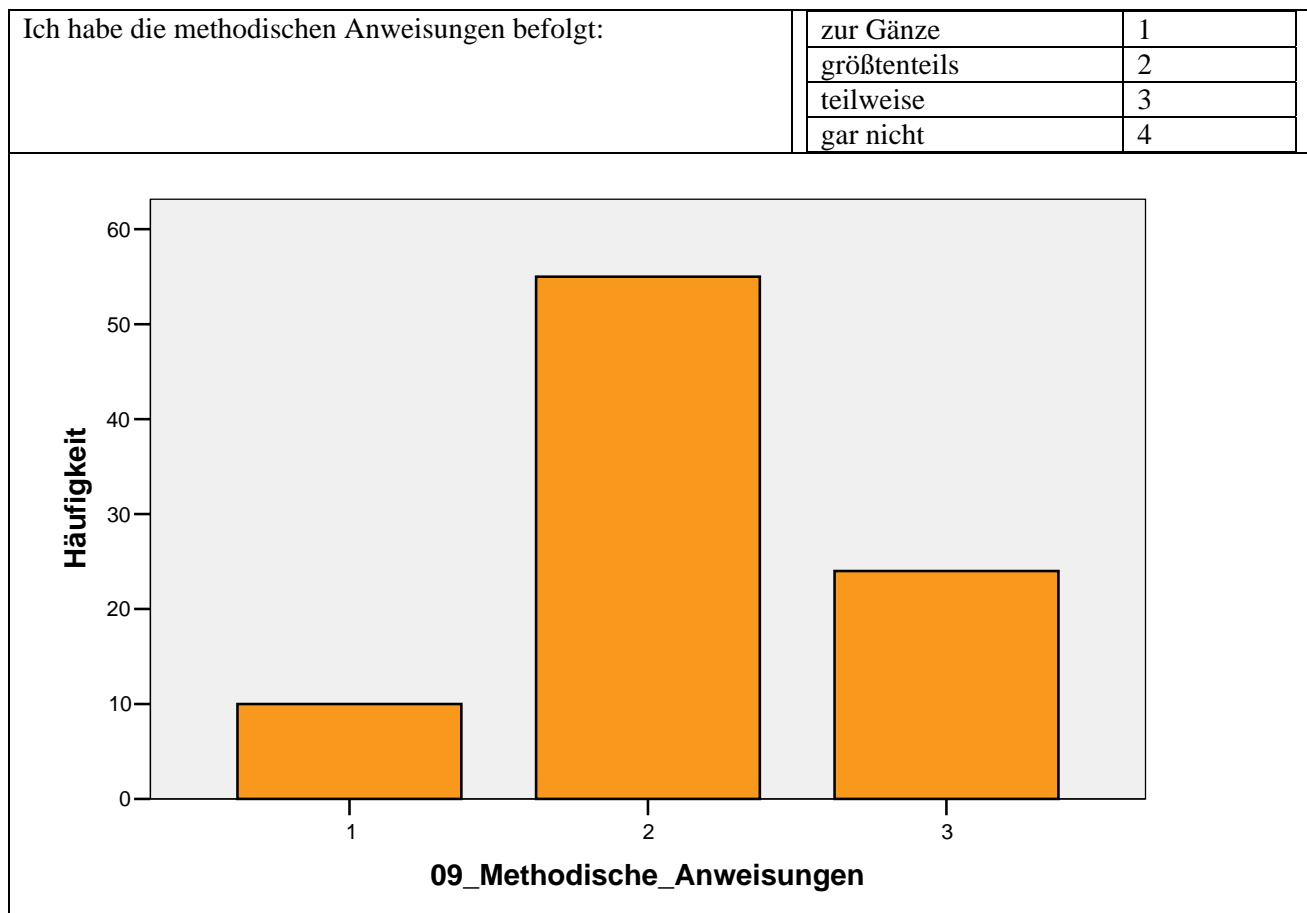
Bei der Frage nach der Teilnahme an besonderen Projekten der betreffenden Schulen zeigte sich, dass erwartungsgemäß relativ viele Kolleg/innen von Schulen mit E-Learning-Schwerpunkten (eLSA, eLC) teilnahmen. Im Einzelnen wurden genannt:

- TEOS: 3x
- eLSA: 23x
- eLC: 5x
- IMST: 22x
- andere: EU-Projekte 6x

Bei der Frage nach den Vorerfahrungen bzgl. Neuer Lernkultur und E-Learning ergab sich ein recht erfreuliches Bild. Keine Vorerfahrungen mit Lernspiralen hatten 30%, mit Stationenbetrieben 23%, mit Lernsequenzen nur 14%, und mit Lernplattformen 40%.



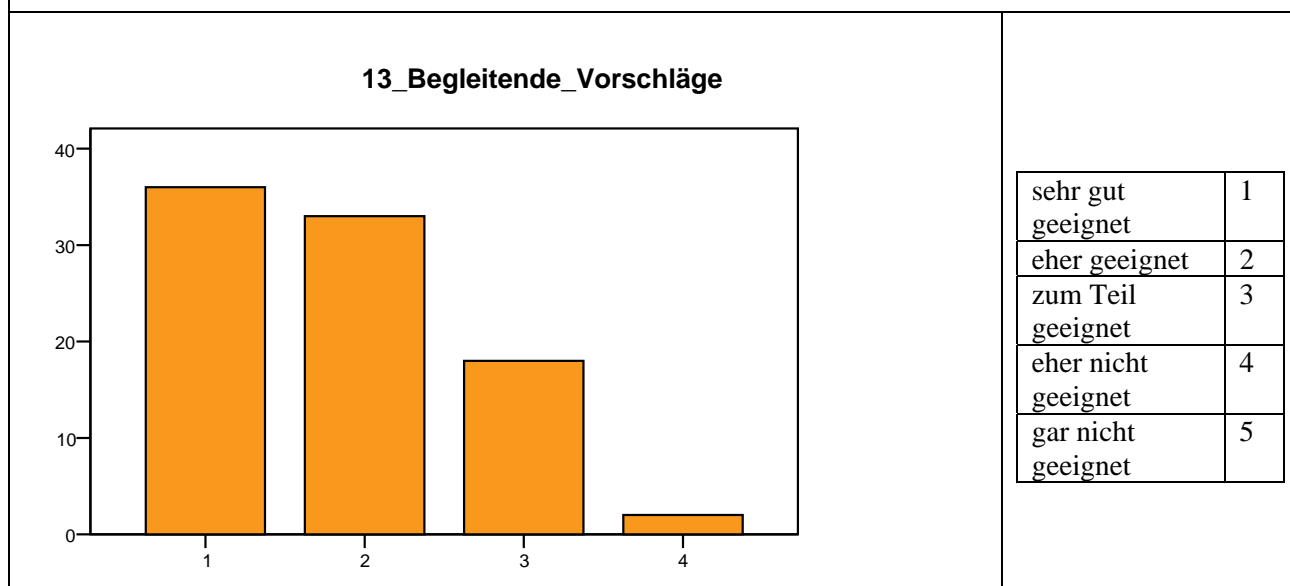
96% der Kolleg/innen haben bei der Vorbereitung den didaktischen Kommentar zum Lernpfad gelesen. Die dabei vorgeschlagene Anzahl von Unterrichtseinheiten konnten 64% der Kolleg/innen einhalten. Mit 73% hielten sich die meisten Lehrer/innen an die methodischen Anweisungen, die Rubrik „gar nicht“ wurde überhaupt nicht gewählt.



Die Fragen, ob die genannten Vorkenntnisse in inhaltlicher, methodischer und technischer Hinsicht ausreichend gewesen seien, wurden sehr positiv bewertet und mit 99%, 96% und 96% mit „Ja“ beantwortet.

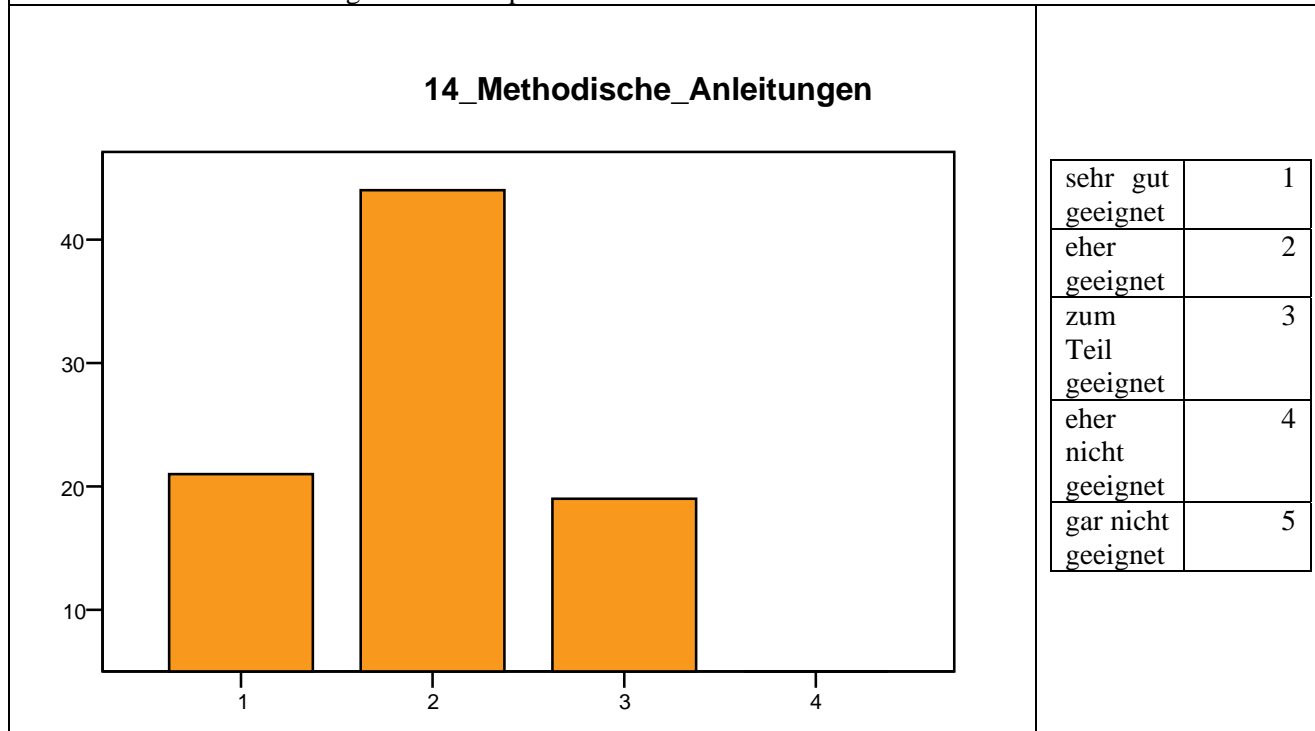
Ein ähnliches Bild ergab sich bei der Einschätzung der begleitenden Vorschläge. Dass diese eher nicht geeignet seien, gaben nur 2 Kolleg/innen, die Kategorie „gar nicht geeignet“ wurde nicht gewählt.

Sind die begleitenden Vorschläge zur Umsetzung (Lernspirale, Themenplan, Arbeitsanleitung, ...) des Lernpfads im Unterricht für technologieunterstützten Unterricht geeignet?



Auch die Qualität der methodischen Anleitungen scheint sehr hoch zu sein, nur 5 Kolleg/innen hielten diese für „eher nicht geeignet“, die Kategorie „gar nicht geeignet“ wurde wiederum nicht gewählt.

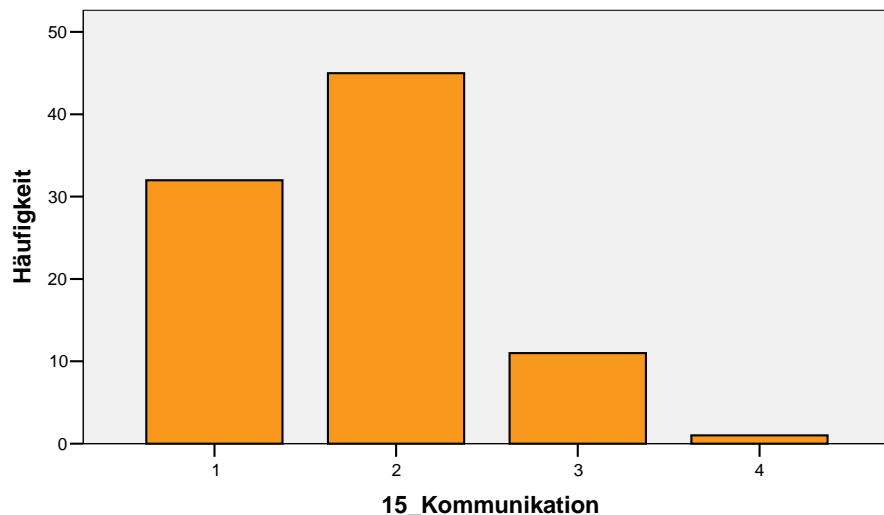
Die methodischen Anleitungen zum Lernpfad waren für mich sehr hilfreich:



Die Zusammenstellung des Lernpfads hätten nur 24% gerne geändert, einzelne Teile allerdings doch 40% der Kolleg/innen.

87% der Lehrer/innen waren der Meinung, dass die vorgeschlagene Unterrichtsmethode die Kommunikation der Schüler/innen untereinander eher fördere. Dies ist eine sehr erfreuliche Quote, weil das Vorurteil, dass E-Learning schweigende Einzelbeschäftigung mit dem Computer sei, doch noch weit verbreitet ist.

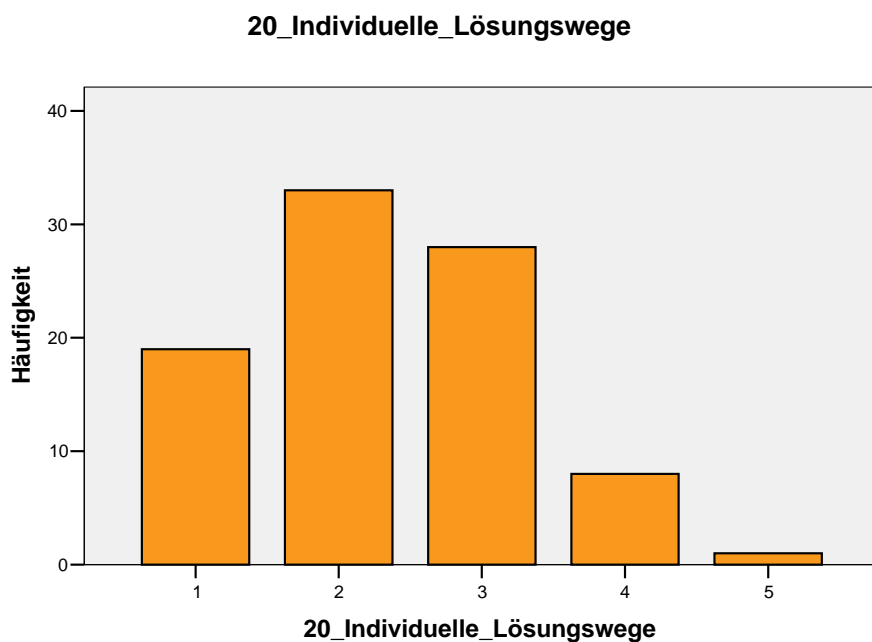
Die vorgeschlagene Unterrichtsmethode fördert die Kommunikation der Schüler/innen untereinander über Mathematik:



trifft völlig zu	1
trifft eher zu	2
trifft eher nicht zu	3
trifft gar nicht zu	4

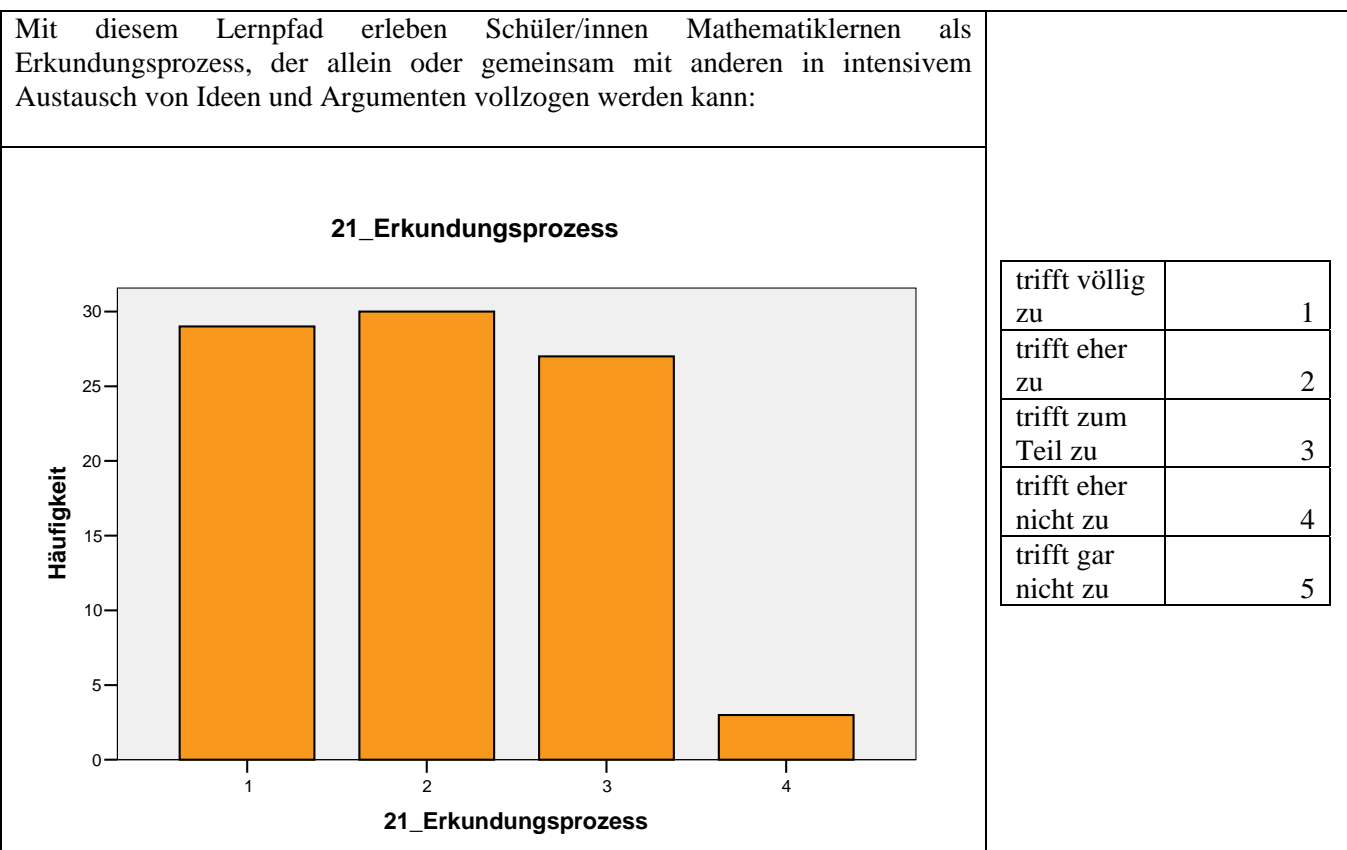
Den Lernpfaden wird überwiegend zugestanden, dass sie den Schüler/innen individuelle Lösungswege ermöglichen.

Der Lernpfad ermöglicht Schüler/innen unterschiedliche und individuelle Lösungswege:

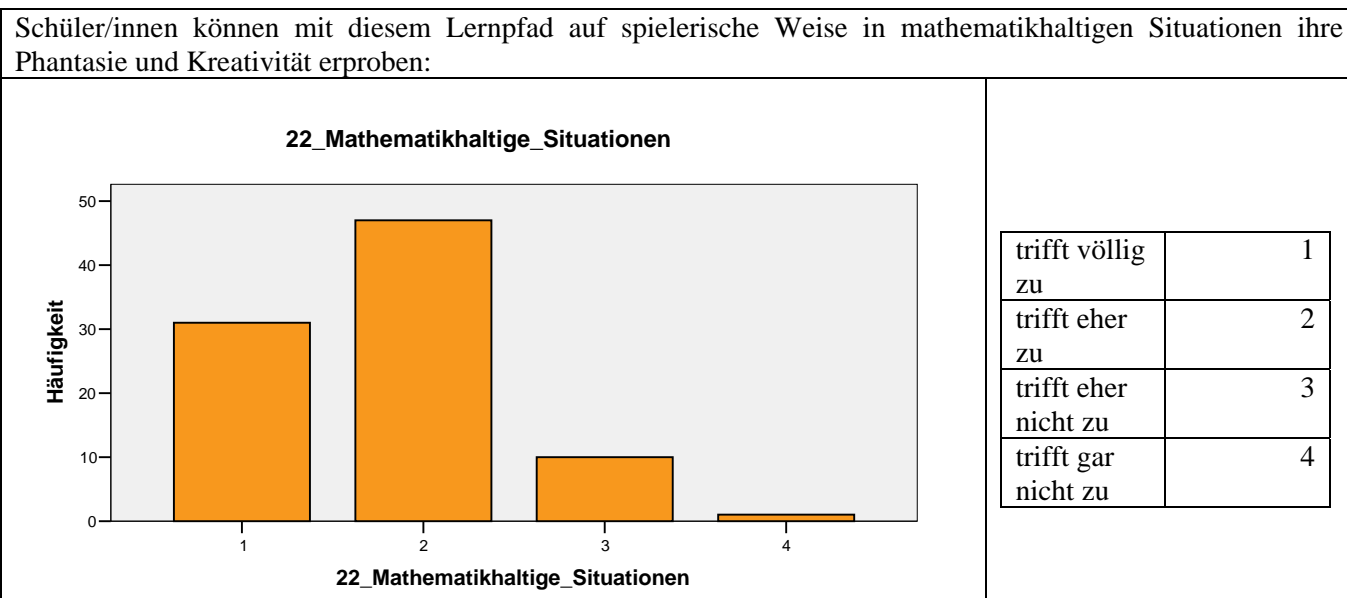


trifft völlig zu	1
trifft eher zu	2
trifft zum Teil zu	3
trifft eher nicht zu	4
trifft gar nicht zu	5

Ähnlich hoch ist die Zustimmung, dass die Lernpfade das Mathematiklernen als Erkundungsprozess erleben lassen. Nur 3% stimmen eher nicht zu, „trifft gar nicht zu“ wurde überhaupt nicht gewählt.



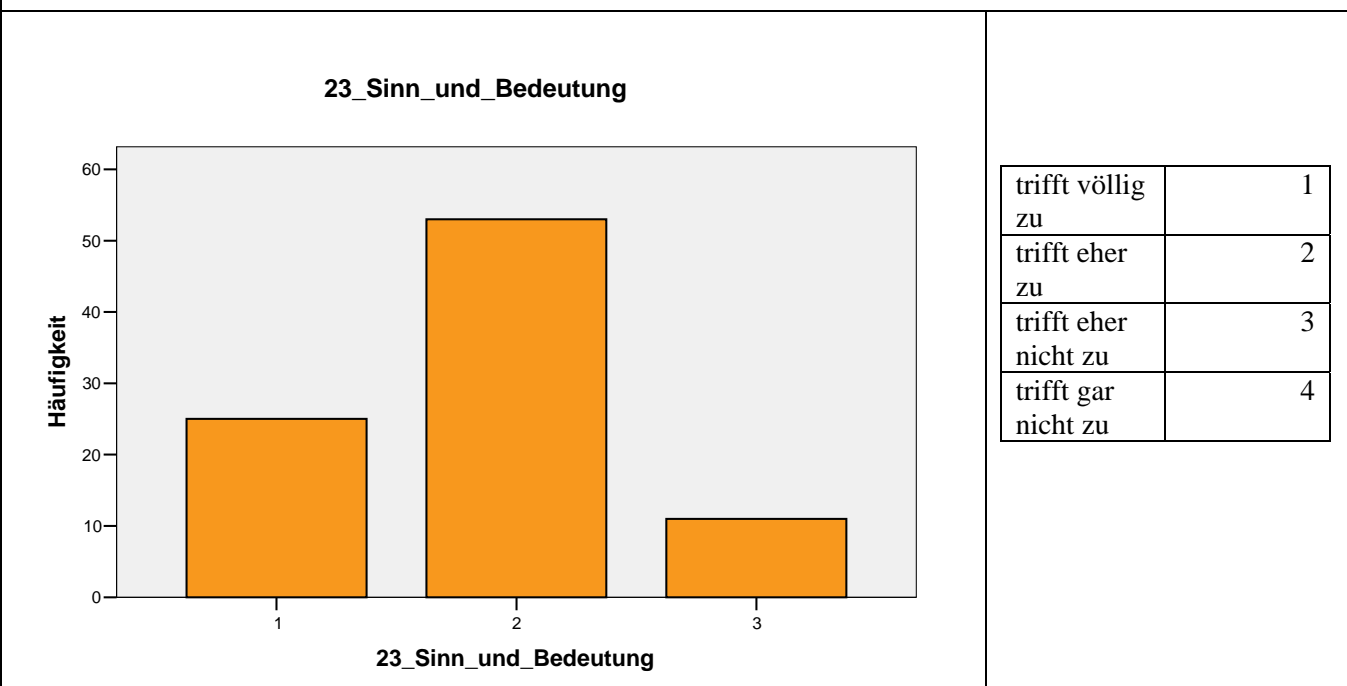
Auch bei der Frage, ob die Schüler/innen ihre Phantasie und Kreativität erproben konnten, herrscht mit 88% eher Zustimmung.





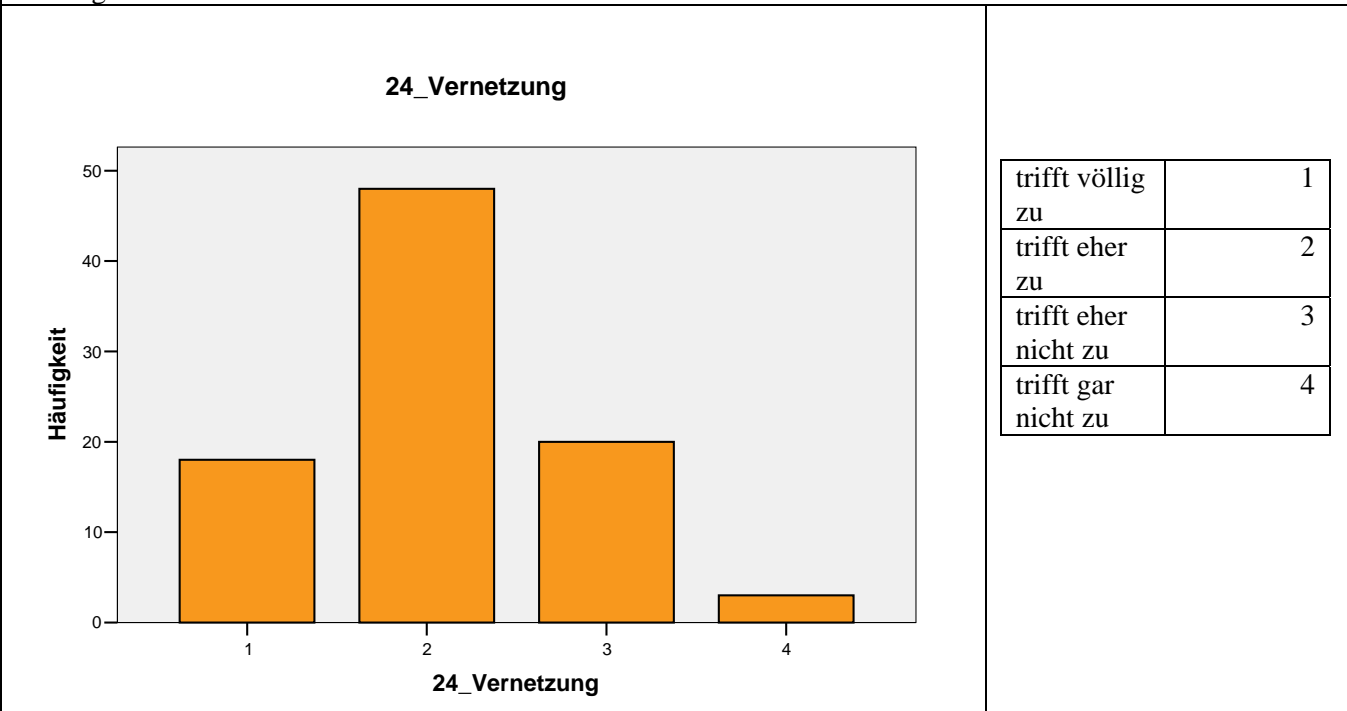
Dass Sinn und Bedeutung der jeweils anstehenden Mathematik nachvollziehbar thematisiert würden, wurde nur von 12% der Kolleg/innen angezweifelt.

Im Lernpfad werden Sinn und Bedeutung der jeweils anstehenden Mathematik für Schüler/innen nachvollziehbar thematisiert:

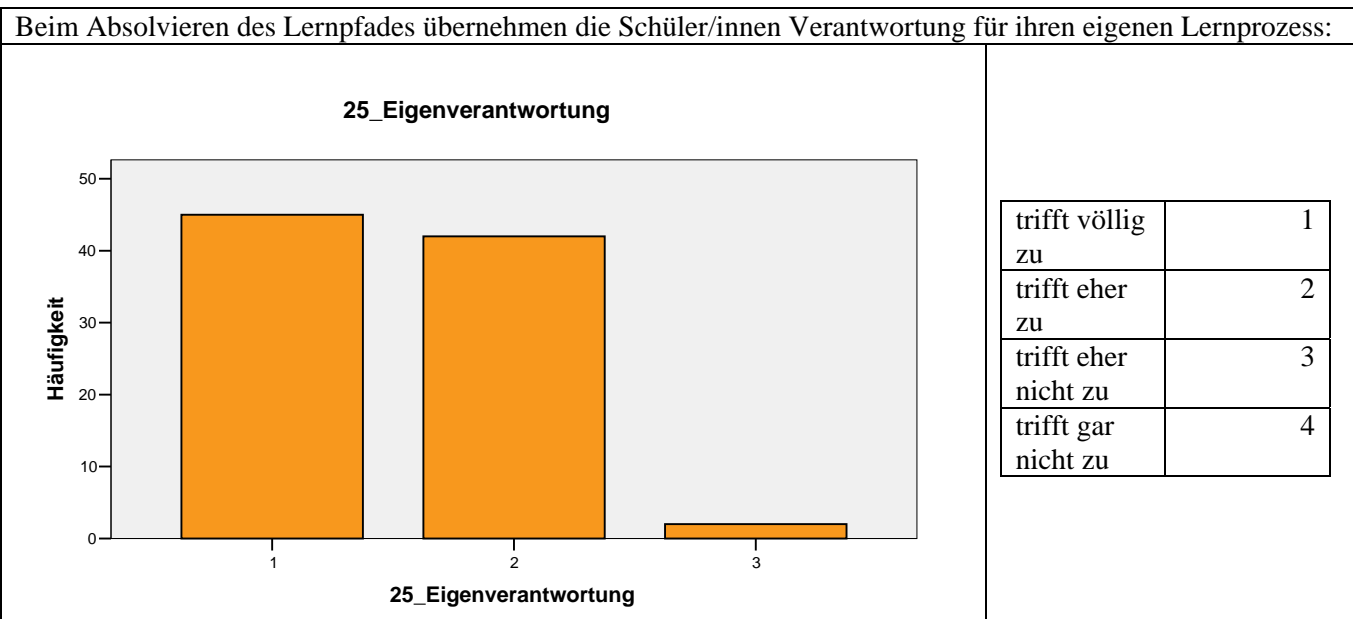


Immerhin 74% der Lehrer/innen stimmten zu, dass die Vernetzung zwischen mathematischen Teilgebieten erkennbar herausgearbeitet wurde.

Die Vernetzung zwischen mathematischen Teilgebieten wird im Lernpfad für Schüler/innen erkennbar herausgearbeitet:

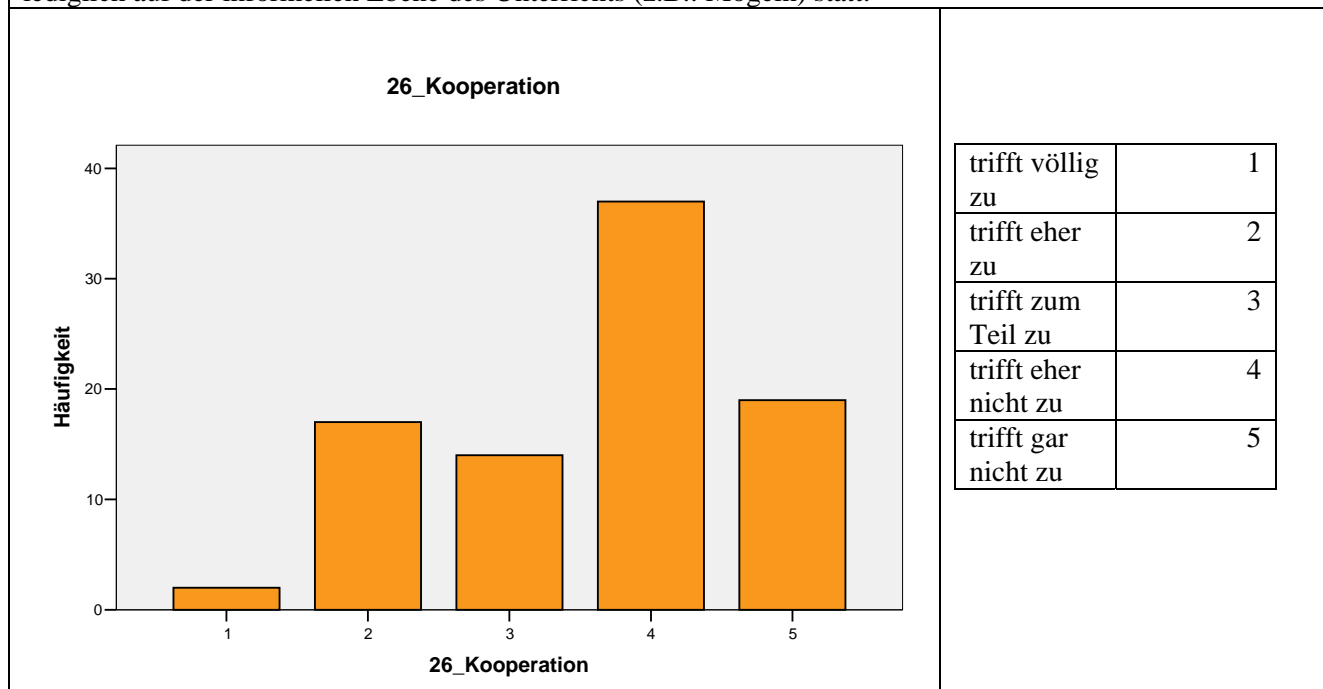


Die positive Erwartung der Autor/innen, dass die Lernpfade die Eigenverantwortung der Schüler/innen fördere, wurde mit 98% Zustimmung („trifft völlig zu“ oder „trifft eher zu“) voll bestätigt. Die Rubrik „trifft gar nicht zu“ wurde nicht ausgewählt.



Den Lernpfaden wird auch bescheinigt, dass sie Kooperation in der Lerngruppe förderten. Nur 2% stimmen dem überhaupt nicht zu.

Beim Absolvieren des Lernpfades erleben sich die Schüler/innen als Einzelkämpfer, „Kooperation“ findet lediglich auf der informellen Ebene des Unterrichts (z.B.: Mogeln) statt:



Bei den Abschlussmitteilungen, die in offener Frageform gegeben werden konnten, war der Grundtenor ebenfalls positiv. Jedoch wurden auch etliche kritische Anmerkungen gemacht, die aber überwiegend konstruktiv waren. Sehr häufig kam die Rückmeldung, dass die Lernpfade für gute Schüler/innen ein tolles Angebot seien, schwächer Schüler/innen aber überfordert sein könnten.

### Auswahl aus den positiven Äußerungen:

- „Der Lernpfad ist ausgezeichnet strukturiert, die Grafiken sind sehr einprägsam und die Anwendungsbeispiele lebensnah. Tolle Leistung! Danke, dass ich diesen Lernpfad für meinen Unterricht verwenden durfte!“
- „Der Lernpfad ist eine ganz tolle Sache! Für die Lernenden eine willkommene Abwechslung. Ich finde ihn für die jungen Leute sehr attraktiv gestaltet mit Objekten aus deren Alltag.“
- „Dieser Lernpfad stellt für einen interessierten und lernwilligen Schüler eine sehr gut Materialunterlage dar. Danke!“
- „Ein tolles Projekt, auch von den SchülerInnen sehr positives Feedback "Wann machen wir das wieder?" war die häufigste Frage.“
- „Eine tolle Bereicherung. Gut Vorbereitet. Ohne viel Zutun meinerseits einsetzbar.“
- „Es hat allen Schülern großen Spaß gemacht, mit GeoGebra zu arbeiten und der Unterricht wurde abwechslungsreicher.“
- „Ich finde die Zusammenstellung des Lernpfades sehr schön und schätze vor allem die Java-Applets und Selbst-Tests! Den Übergang von der Sekante zur Tangente kann man einfach auf keine Art besser darstellen als mit Geogebra!“
- „Qualitativ hervorragender Lernpfad; technisch sehr gut umgesetzt; sehr konkrete Aufgabenstellungen.“

### Auswahl aus den kritischen Anmerkungen:

- „Wie schon erwähnt, sollen noch gezielte Arbeitsaufträge erfolgen. "Was müssen wir jetzt tun?" war eine der häufigsten Fragen.“
- „Schwache Schüler sind ohne ausreichende Hilfestellungen des Lehrers nicht imstande, sich die Inhalte zu erarbeiten. Viele zusätzliche Rechenbeispiele zum Einüben müssten zusätzlich eingebaut werden. Zeitaufwand ist wesentlich größer.“
- „Meiner Meinung nach ist die Nachhaltigkeit bei Verwendung des Lernpfades geringer als beim herkömmlichen Unterricht.“
- „Ich glaube, meine Schüler hatten zum Teil Schwierigkeiten mit der Gestaltung des eigenen Hefteintrages, das sind sie nicht gewohnt.“
- „Für mich war es der Erstversuch mit Schulklassen. Das Unterrichten war manchmal anstrengender, weil völlig andere Fragen auftauchten als im Normalunterricht. Bei Einigen hat Java kaum funktioniert und das hat Stress verursacht.“
- „Es wäre von Vorteil gewesen, wenn man dynamische Arbeitsblätter abspeichern könnte.“
- „Die willige Klasse hat Schwierigkeiten mit den schriftlichen Anweisungen zurechtzukommen. Die SchülerInnen reagieren verunsichert auf das Ausbleiben der Anweisungen des Lehrers.“
- „Die SchülerInnen waren mit großem Eifer dabei. Vor allem schwächere SchülerInnen hatten Probleme bei der Erarbeitung. Gründe: mangelnde Organisationsfähigkeit, mangelnde Bereitschaft zum Herumprobieren.“
- „Die Schüler haben sieben Unterrichtsstunden gebraucht um den Lernpfad durchzuarbeiten. Für diese doch recht lange Unterrichtszeit erscheint mir der Ertrag ein wenig gering.“
- „Die Lernsequenz ist gut, aber zu lange! Aus Zeitgründen haben nicht alle SchülerInnen alle Objekte gemacht.“

### 5.1.3. Zusammenfassung der Rückmeldungen aus den offenen Fragen (alle Lernpfade)

#### Anmerkungen zu den Interaktiven Übungen

Die interaktiven Übungen, egal ob Geogebra-Applets oder Flash-Animationen, wurden in allen Fragebögen sehr positiv beurteilt. Dabei wurde mehrmals hervorgehoben, dass es wichtig ist, die Auswirkungen der **eigenen** Veränderungen im Applet durch Klicken und Ziehen beobachten zu können. Außerdem schätzten die Schüler/innen die Videos, die als Hilfestellung angeboten wurden, zum Beispiel bei der Verwendung von Excel.

#### Positive Bemerkungen

Die Animationen, Videos und Applets wurden auch bei den allgemeinen positiven Bemerkungen am häufigsten genannt. Viele Schüler/innen erwähnten ausdrücklich, dass ihnen das Arbeiten am Computer Spaß macht. Das selbständige Erarbeiten und die Zusammenarbeit in der Gruppe wurden als besonders positiv empfunden, vor allem auch deshalb, weil man sich gegenseitig Hilfestellung leisten kann. Die Veranschaulichung komplizierter Zusammenhänge durch Applets, aber auch durch Grafiken und Bilder erschien den Schüler/innen sehr hilfreich für das Verständnis. Dabei kamen die Beispiele aus dem Alltag besonders gut an. Die Schüler/innen schätzten auch die Möglichkeit, nach ihrem individuellen Tempo arbeiten zu können.

Etliche Schüler/innen erwähnten den Fragebogen ausdrücklich positiv, weil ihre Meinung und Rückmeldung dem Autor/innenteam wichtig ist. Das Layout der Lernpfade wurde als angenehm empfunden.

#### Negative Bemerkungen

Erstaunlicherweise wurde das Layout der Lernpfade fast genau so oft negativ wie positiv beurteilt. Einer jener Kritikpunkte, der am häufigsten genannt wurde, war, dass zu wenig Zeit zur Verfügung stand. Vermutlich lag dies eher an der Umsetzung im Unterricht durch die jeweiligen Lehrer/innen. Außerdem wurden zu lange Texte, unverständliche Erklärungen und schwierige Aufgabenstellungen kritisiert.

Bei manchen Lernpfaden wiesen die Schüler/innen auf fehlende Musterlösungen hin. Dort wo die Lernpfade sie nicht enthalten, wurden die Lösungen leider nicht vom jeweiligen Lehrer/von der jeweiligen Lehrerin beigegeben. Das selbständige Arbeiten am Computer und die Gruppenarbeit wurden nur ganz selten negativ erwähnt.

## 5.2. Methodisch-didaktische Einsatzmöglichkeiten von Lernpfaden im Mathematikunterricht

### 5.2.1. E-Learning und Lernkultur

„Wenn man irgendeine Aktivität nennen sollte, für die der Mensch optimiert ist, so wie der Albatros zum Fliegen oder der Gepard zum Rennen, dann ist es beim Menschen das Lernen.“ [Spitzer, S.10]

Vorweg die gute Nachricht: Das menschliche Gehirn kann nicht anders als ununterbrochen zu lernen. Neben Wissensvermittlung muss daher die bestmögliche Unterstützung von Lernprozessen zentraler Auftrag von Unterricht sein. Mit den Lernpfaden des Projektes „Medienvielfalt im Mathematikunterricht“ sollen die Chancen von E-Learning genutzt werden, im schulischen Kontext sind jedoch verschiedene Ansprüche an solche Lernmaterialien zu stellen.

- Das Lernmaterial richtet sich nicht an eine Einzelperson, sondern an eine Schülergruppe unterschiedlicher Lerntypen, unterschiedlichem fachlichen Können, Wissen und Interesse sowie unterschiedlichem Sozialverhalten.
- Lernen in der Schule hat andere Zielsetzungen als Lernen daheim. Lernen in der Schule ist an Lehrpläne mit inhaltlichen, didaktischen und methodischen Vorgaben gebunden sowie schulische Rahmenbedingungen (Stunden mit 50 Minuten, Verfügbarkeit von Computern
- Lernkultur ist einerseits im Sinn von Neuer Lernkultur mit Methoden wie offenem Lernen und eigenverantwortlichem Arbeiten zu verstehen, andererseits meint Lernkultur den Anspruch, Wissensvermittlung in der Schule grundsätzlich mit einer Kultur des Lernens zu verbinden.
- Der Einsatz elektronischer Lernmaterialien muss (ebenso wie bei jeder anderen Unterrichtsform) Erkenntnisse der Lern- und Gehirnforschung berücksichtigen.

#### Fragenkatalog:

Welche Elemente von Lernkultur können in E-Learning einfließen?

Welche Erkenntnisse der Lern- und Gehirnforschung können bzw. sollten in E-Learning Berücksichtigung finden?

Was kann E-Learning im Unterricht leisten?

Wie können verschiedene methodische Konzepte E-Learning unterstützen?

Was brauchen Schülerinnen und Schüler beim E-Learning und wie kann Gelerntes gesichert werden?

#### Einflüsse der Lernkultur auf E-Learning

E-Learning stellt ein Unterrichtskonzept unter anderen dar. Drei Organisationsformen von Unterricht haben sich im Rahmen von Neuer Lernkultur im schulischen Lernen etabliert:

- Stationenbetriebe aus dem Bereich offenes Lernen,
- Lernspiralen mit Methoden des eigenverantwortlichen Arbeitens (EVA) nach Heinz Klippert
- selbstorganisiertes Lernen (SOL) nach Diethelm Wahl und Martin Herold

Bei den vorliegenden Lernpfaden wurde versucht, einerseits Elemente dieser Organisationsformen in das elektronische Lernmaterial einfließen zu lassen, andererseits werden in den methodisch-didaktischen Begleitmaterialien Vorschläge angeboten, Lernpfade als Lernspirale oder mit Hilfe von Arbeitsplänen mit Pflicht- und Wahlaufgaben umzusetzen.

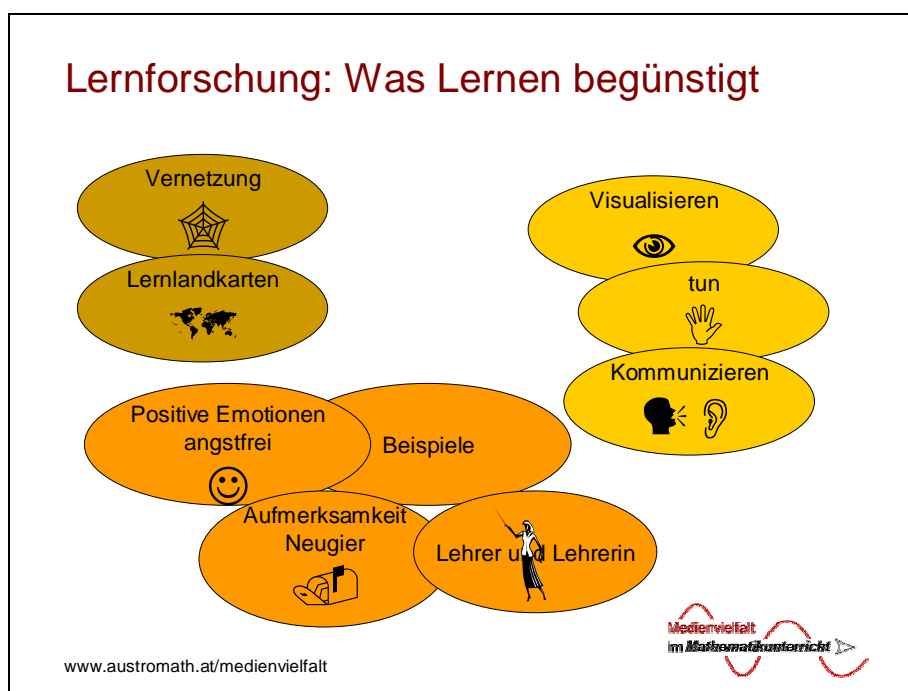
Lernkultur verfolgt unter anderem drei Grundprinzipien des Lernens:

- zielorientiert,
- selbstständig,
- handlungsorientiert.

Lernziele werden den Lernenden zu Beginn des Lernprozesses transparent gemacht. Selbstständigkeit führt zu größerer Autonomie beim Lernen: Das Tempo kann selbst gesteuert werden, Lernschritte können wiederholt oder übersprungen werden, die Schülerinnen und Schüler sind für ihr Lernen selbst verantwortlich. Handlungsorientiertes Lernen unterstützt den Verstehensprozess, wobei nicht nur aktives Tun am Computer gemeint ist, sondern vor allem konkretes haptisches Tun große Bedeutung hat.

### Aus der Gehirnforschung: Was Lernen begünstigt

Aus der Gehirnforschung verschiedene Erkenntnisse ableiten, wie Lernen im menschlichen Gehirn funktioniert und wodurch Lernen unterstützt wird.



Beim Lernen werden im Gehirn Verknüpfungen mit bereits bekanntem Wissen angelegt. Wissen wird umso besser verankert, je mehr Verbindungen zu vorhandenem Wissen hergestellt werden. Diese Vernetzung von Neuem mit Altem muss bereits zu Beginn des Lernprozesses ansetzen, um Neues adäquat einordnen zu können. Lerndlandkarten (Mindmaps), Advance Organizer [Wahl, S.139] zur Themenvernetzung zu Beginn des Lernprozesses und bewusstes Aktivieren von Vorwissen unterstützen dies. Wesentlich dabei ist in hoher Aktivitätsgrad des Lernenden.

Spitzer [Spitzer, S.78] betont, dass Kinder vor allem Beispiele, sehr viele und möglichst treffende, brauchen. Die Regeln werden dann leicht selbst erkannt. Aufmerksamkeit [Spitzer, S.141-156], Neugier, positive Emotionen, angstfreies Lernen [Spitzer, S.157-172] und vor allem die Person des Lehrers bzw. der Lehrerin [Spitzer, S.411-414] stellen ganz wesentliche Faktoren für erfolgreiches Lernen dar.

Lernen in Gemeinschaft bietet zusätzlich einen enormen Vorteil: Neben Lernen durch Üben kann durch Zuschauen, durch eigenes Tun und schließlich durch Erklären gelernt werden. Kommunikation und Kooperation stellen wesentliche Bausteine beim Lern- und Verstehensprozess dar [Spitzer, S.421].

### Einsatz elektronischer Lernprodukte

Medien-Vergleichsstudien haben (mit wenigen Ausnahmen) gezeigt, dass nicht das Medium selbst (Software, Lehrer/-in, Mitschüler/-in, Buch, Modell), sondern vor allem die Aufbereitung der Inhalte ist entscheidend für Lernerfolg. Als Konsequenz daraus folgt, dass elektronische Lernprodukte und Werkzeuge nur dann eingesetzt werden sollten, wenn sie konkrete Lernprozesse besser unterstützen als herkömmliche Methoden.

Grundsätzlich müssen gerade elektronische Lernprodukte verschiedene Lerntypen unterstützen. Das elektronische Lernmaterial darf nicht allein lesendes Lernen unterstützen. In der Regel gelingt es gut, dass Schülerinnen und Schüler sehr viel bildhaftes Material angeboten wird. Für handelnd-kooperatives Lernen nicht nur am Computer, sondern auch durch haptisches Tun und Zusammenarbeit mit Mitschülerinnen und Mitschülern muss von Erzeugern und Erzeugerinnen bzw. von Lehrern und Lehrerinnen ausreichend gesorgt werden. Akustisches Lernen wird vielfach zu wenig durch elektronische Lernmaterialien abgedeckt.

### **Mögliche Stärken von elektronischen Lernprodukten**

- Unterstützung visuellen Lernens durch Anschauung, Visualisierung abstrakter Begriffe, bildhafte Darstellung in Zusammenhang mit farblicher Gestaltung
- Unterstützung von heuristisch-operativem Lernen: experimentelle Zugänge
- Veranschaulichung durch Simulation
- Möglichkeiten zur Differenzierung hinsichtlich Lerntempo und Schwierigkeitsgrad
- Möglichkeit der Selbstkontrolle
- Möglichkeit zur individuellen Wissensüberprüfung
- Unterstützung von angeleiteter Informationssuche im Internet oder einem bereitgestellten Informationspool

### **Was Lernende als Vorbereitung einer E-Learning-Phase brauchen**

Schülerinnen und Schüler benötigen sowohl inhaltliche als auch organisatorische Hilfestellungen.

In Hinblick auf den Erwerb neuen Wissens ist es notwendig, Vorwissen zu aktivieren, indem das elektronische Lernmaterial eine entsprechende Übung dazu bereitstellt oder der Lehrer bzw. die Lehrerin für diese Aktivierung sorgt. Ein Ausblick auf die neuen Lerninhalte in Verbindung mit Vorwissen soll dafür sorgen, dass neues Wissen mit Vorwissen vernetzt werden kann. Dazu bieten sich Mindmap oder Advance Organizer an. Wichtig erscheint auch in diesem Fall, dass bildhafte Elemente die Vorstellung unterstützen.

Für den zufrieden stellenden Ablauf einer E-Learning-Einheit brauchen die Schülerinnen und Schüler Informationen in schriftlicher Form:

- Welche Lernziele sind zu erreichen?
- Wie lange dauert das Projekt?
- In welcher Form sind schriftliche Aufzeichnungen zu führen?
- Wie werden Hausübungen organisiert?
- Welche Kriterien gelten für eventuelle Beurteilung des Projektes?
- Wann ist der Abgabetermin?

### **Methodische Umsetzungen von E-Learning**

Unterricht mit elektronischen Lernprodukten kann in vielfältige Organisationsformen eingekleidet werden.

Ein Lernpfad kann methodisch unterstützt werden, indem mit Hilfe eines Stationenbetriebes bzw. Themenplans Aufgaben als Pflicht oder Wahl ausgewiesen, die Sozial- und Kontrollformen angegeben und Arbeitsaufträge formuliert werden.

Lernspiralen bieten die Möglichkeit, Methoden des eigenverantwortlichen Arbeitens (z. B. Expertenmodell, Präsentationsformen) mit elektronischen Lernprodukten zu verbinden und die Methoden-, Kommunikations- und Teamkompetenz der Schülerinnen und Schüler zu stärken.

Lernpfade können auch als reine E-Learning-Sequenz mit freier Zeiteinteilung durchgeführt werden. Dies erscheint jedoch nur für Klassen geeignet, die bereits Erfahrung in längerem selbstständigen Arbeiten gesammelt haben. Dem persönlichen Zeitmanagement kommt große Bedeutung zu.

Zusätzlich bietet sich an, Lernpfade über Lernplattformen zu begleiten.

### **Sicherung des Gelernten**

Um neues Wissen zu festigen und festzuhalten bieten sich unterschiedliche Methoden an:

- Mitschrift im Schulübungsheft
- Projektmappe anlegen
- Portfolio erstellen
- Lernunterlagen erstellen
- Testitems von Schülerinnen und Schüler erstellen lassen
- Lernprotokoll/Lerntagebuch führen
- Präsentationen

## Rolle des Lehrers bzw. der Lehrerin

So wie auch bei eigenverantwortlichem Lernen oder offenen Lernformen gibt der Lehrer bzw. die Lehrerin die Rolle als Wissensvermittler/-in ab. Er/sie

- unterstützt aktiv und individuell die Lernenden,
- sorgt für reibungsloses Funktionieren des technischen Umfelds,
- kennt sich bei der benutzten Software aus,
- steuert Lernaktivitäten der Schüler und Schülerinnen durch die Wahl der Methode,
- beobachtet und misst Lernprozesse,
- kontrolliert und beurteilt Lernprodukte.

Nicht alle Methoden, die in der Phase des E-Learning-Projektes eingesetzt werden, sollten neu sein. Bei Klassen, die keine oder wenig Erfahrung mit E-Learning haben, erweist es sich als zweckmäßig, den Lernpfad organisatorisch in kleinere Einheiten zu gliedern.

## Literatur:

Martin Herold und Birgit Landherr (Hrsg.): *SOL. Selbst organisiertes Lernen. Ein systemischer Ansatz für Unterricht*. Schneider, 2003.

Heinz Klippert: *Methodentraining. Übungssteine für den Unterricht*. Beltz 2002.

Heinz Klippert: *Kommunikationstraining, Übungsbausteine für den Unterricht*. Beltz 2000.

Heinz Klippert: *Teamentwicklung im Klassenraum. Übungssteine für den Unterricht*. Beltz 1998.

Manfred Spitzer: *Lernen. Gehirnforschung und die Schule des Lebens*. Spektrum Akademischer Verlag, 2002.

Diethelm Wahl: *Lernumgebungen erfolgreich gestalten – Vom trägen Wissen zum kompetenten Handeln*. Klinkhardt, 2005.

## 5.2.2. Einsatz von Lernplattformen

Der zunehmenden Verbreitung von Lernplattformen bei E-Learning-interessierten Kolleg/innen sollte im Rahmen des Projektes Rechnung getragen werden. Allerdings wurden die Lernpfade selbst nicht für einen Import in eine Lernplattform konzipiert, und zwar aus mehreren Gründen:

- Die Lernpfade sollten frei im Internet verfügbar sein, ohne Zugangsbeschränkung durch ein Login.
- Die Lernpfade sollten plattformunabhängig sein.
- Die Lernpfade sollten außerdem als CD-Version weitergegeben werden.
- Die technischen Lösungen zur Austauschbarkeit zwischen verschiedenen Plattformen waren zu Projektbeginn noch nicht sehr ausgereift.

Die Rückmeldungen aus der Online-Umfrage zu den Vorerfahrungen mit Lernplattformen zeigen mittlerweile einen relativ hohen Verbreitungsgrad sowohl unter Lehrer/innen als auch unter Schüler/innen:

	Regelmäßig	Selten	Nie
Lehrer/innen	24%	36%	40%
Schüler/innen	16%	49%	35%

Die Verwendung eines Lernpfads innerhalb der eigenen Lernplattform bringt folgende Vorteile:

- Der Lernpfad kann als HTML-Modul importiert werden und befindet sich so in der „vertrauten Umgebung“ der Schüler/innen zusammen mit den anderen Unterrichtsmaterialien.
- Die Kommunikation innerhalb der Lerngruppe beim Absolvieren des Lernpfades kann durch den Einsatz eines Diskussionsforums erhöht werden. Das schriftliche Formulieren von Fragen zum Lernpfad fördert eine intensivere Auseinandersetzung mit dem Material und die Verwendung einer möglichst präzisen Fachsprache.
- Durch selbst erstellte interaktive Tests innerhalb der Plattform können die Lernpfadangebote zur Selbstkontrolle, Wissensüberprüfung oder auch zur Leistungsfeststellung durch eigene ergänzt werden.



- Rückmeldungen zum Lernpfad können durch ein integriertes Umfragetool eingeholt werden.
- Zum Lernpfad könnte gemeinsam in der Lerngruppe ein Glossar oder eine Sammlung von Weblinks angelegt werden.
- Steht ein Wikiweb innerhalb der Plattform zur Verfügung, so kann dieses zur Kollaboration in den Experimentierphasen oder zur Dokumentation des eigenen Lernprozesses eingesetzt werden.

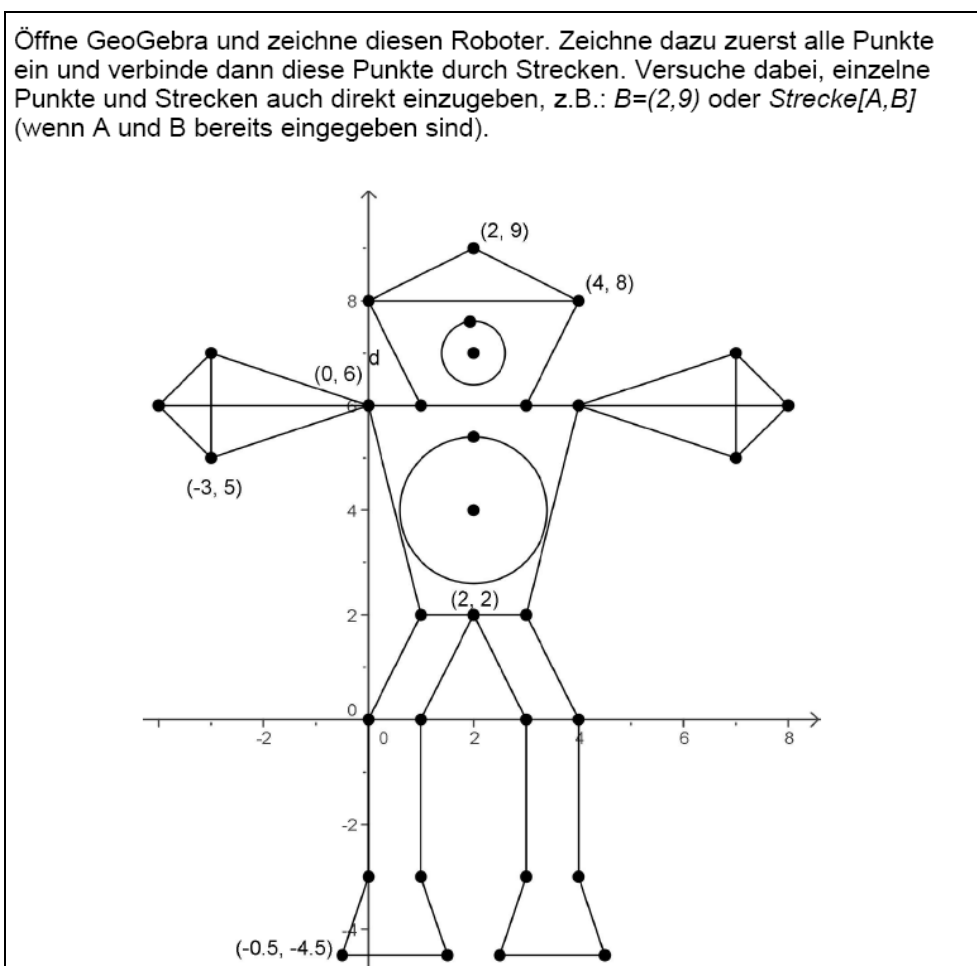
### 5.2.3. Sinnvoller Medienmix

#### Welche Medien bewähren sich in welcher Lernsituation?

Anhand einiger ausgewählter Beispiele soll gezeigt werden, auf welch abwechslungsreiche Weise Lernprozesse im Mathematikunterricht durch den Einsatz vielfältig unterschiedlicher Medien unterstützt werden können.

#### Lustvolles Kennenlernen einer dynamischen Geometriesoftware anhand von GeoGebra

In der zweiten Klasse (Lernpfad: Einführung – Koordinatensystem und geometrische Grundbegriffe) werden erste Übungen zum Zeichnen und Formatieren von Objekten durchgeführt. Mit Hilfe einer Konstruktionsanleitung ist ein Roboter zu zeichnen.



## Tests mit Selbstkontrolle

Zur raschen Wissensüberprüfung mit Selbstkontrolle lassen sich Quizes einsetzen, die mit Hot Potatoes erstellt werden können. Hier ein Beispiel aus dem Lernpfad „Dreiecke - Merkwürdige Punkte“ (2. Klasse).

Neustart

**Eigenschaften und Konstruktion der merkwürdigen Punkte in einem allgemeinen Dreieck**

Achtung: Es können mehrere Antworten richtig sein! Klicke nur die richtigen Antworten an.  
Für die Auswertung zählt jede Antwort einen Punkt. Überprüfe bei jeder Frage und stelle solange richtig, bis vier von vier Punkten angezeigt werden. Nur dann erhältst du deine Gesamtwertung nach der letzten Frage.

Alle Fragen anzeigen

<=> 1 / 14 =>

WANTED! Diese Linie verläuft durch den Eckpunkt des Dreiecks und halbiert den Winkel des Dreiecks an diesem Punkt.

a. ☐ Schwerlinie  
b. ☐ Höhe  
c. ☐ Winkelsymmetrale  
d. ☐ Seitensymmetrale

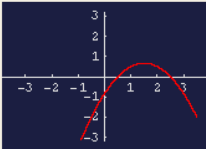
Prüfe

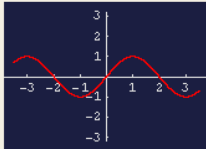
Neustart

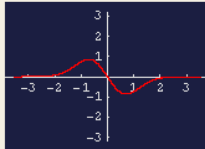
Im Lernpfad „Einführung in die Differentialrechnung“ dient ein Puzzle aus mathe online als Wissenstest mit Selbstkontrolle.


In der obersten Reihe des Puzzles sind 4 Graphen vorgegeben. Die in der untersten Reihe bereit stehenden Graphen können durch Mausziehen verschoben werden. Versuchen Sie, sie so auf die freien Felder zu positionieren, daß unterhalb jedes Graphen der Graph der Ableitung steht. Jedesmal, wenn Sie auf den Button "Neu laden" klicken, werden die Graphen von 4 Funktionen und deren Ableitungen (aus einem Vorrat von über 50) zufällig ausgewählt. Die Auswertung durch ein Punktesystem erfolgt unterhalb des Puzzles.

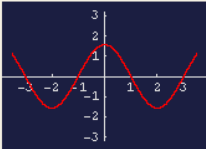
**Hinweis:** Der Sinn dieses Tests ist es nicht, Rechnungen durchzuführen, sondern die Zuordnung aufgrund der erkennbaren Eigenschaften der Graphen zu treffen.

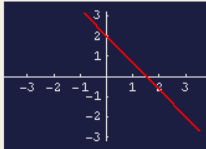


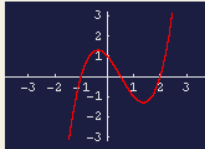















Auswerten Neu laden

### Bilder sagen mehr als tausend Worte ...

Bilder und Farben unterstützen Vorstellungen, Lernprozesse sowie Arbeitsprozesse von Schüler/innen. Die Bastelanleitung aus dem Lernpfad „Pythagoras im Raum“ für die 4. Klasse dient als Beispiel, wie elektronische Aufbereitung mit Hilfe von Bildern die Herstellung des Oktaeder-Skelett-Modells unterstützt. Ansprechende und zweckmäßige Farbgestaltung leisten wichtige Beiträge beim Lernprozess.

### Schritt 2

Wähle zwei Farben und stecke die vier Skelett-Teile so, wie in den folgenden Abbildungen gezeigt wird, zusammen.

**Wichtig:** Eine Farbe oberhalb und die andere Farbe unterhalb einstecken!

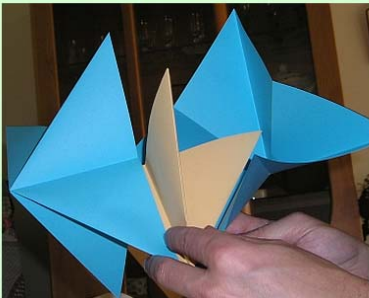


Abb. 3: Start des Zusammensteckens




Abb. 4: Immer gut halten!

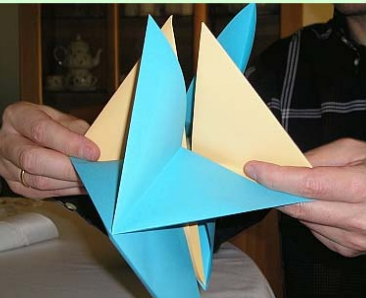


Abb. 5: Die ersten 4 Skelett-Teile sind gesteckt.

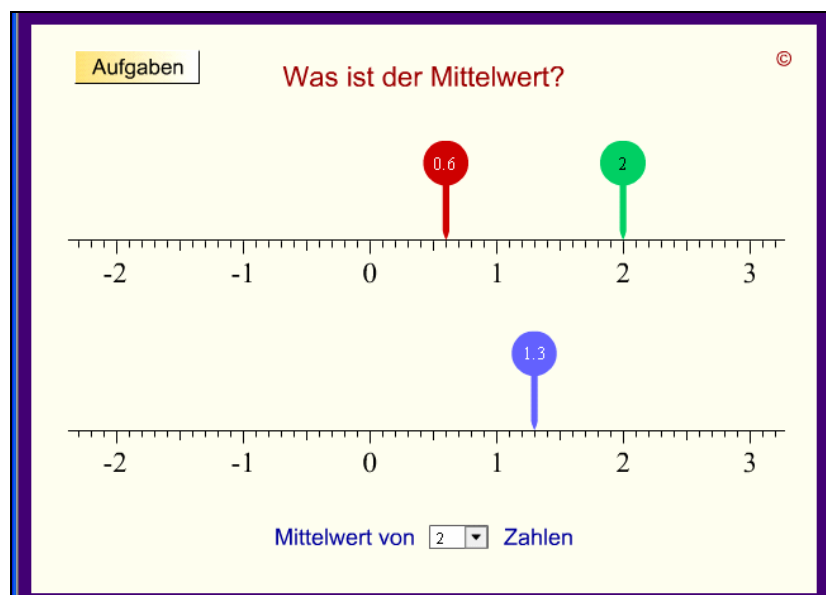
[zurück zu Schritt 1](#)[weiter zu Schritt 3](#)

Auf gleiche Weise unterstützen Animationen das Verständnis. Im Lernpfad „Zylinder – Kegel – Kugel“ (4. Klasse) wird beispielsweise die Erzeugung eines Drehkegels auf drei verschiedene Arten animiert gezeigt. Videos zur Bedienung von Excel unterstützen Schüler/innen (vor allem visuellen Lerntypen) in hohem Maße. Wird das Video zusätzlich durch eine Sprechstimme unterstützt, kommt es bildhaftem und hörendem Lernen entgegen. Zusätzlich bietet sich den Schüler/innen die Möglichkeit, bei Bedarf das Video erneut abzuspielen. Zusätzliche Individualisierung entsteht, wenn einzelne Teile einer Videosequenz wiederholt werden können. Beispiel: Video zur Standardabweichung im Lernpfad „Beschreibende Statistik“ für die 4. Klasse.

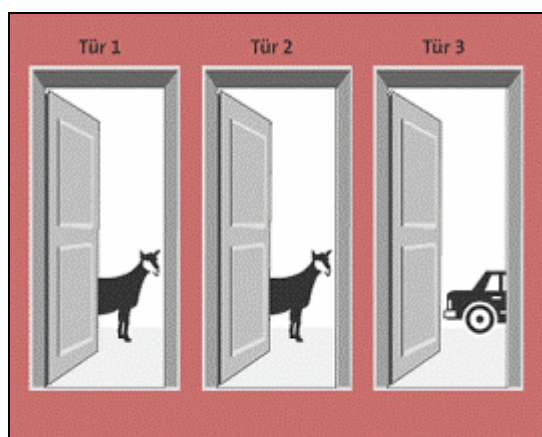
### Applets als Mittel zur Selbsttätigkeit

In Verbindung mit konkreten Handlungsanweisungen und Fragestellungen wird Schüler/innen durch Applets ermöglicht, selbstständig, in individuellem Lerntempo und aktiv handelnd vor allem in der Phase heuristisch-operativen Lernens mathematische Zusammenhänge zu entdecken oder Vorgänge zu simulieren. Beispiele dafür finden sich in zahlreichen Lernpfaden.

Aus mathe online stammen interaktive Applets im Lernpfad „Beschreibende Statistik“ (4. Klasse), mit deren Hilfe die Schüler/innen Eigenschaften statistischer Kennzahlen durch selbsttätiges Verstellen von Zahlen visuell wahrnehmen und erforschen können.



Eindrucksvoll für die Schüler/innen lässt sich das so genannte Ziegenproblem simulieren. Die Simulation schafft Einsicht und bereitet die Phase der Exaktifizierung vor.

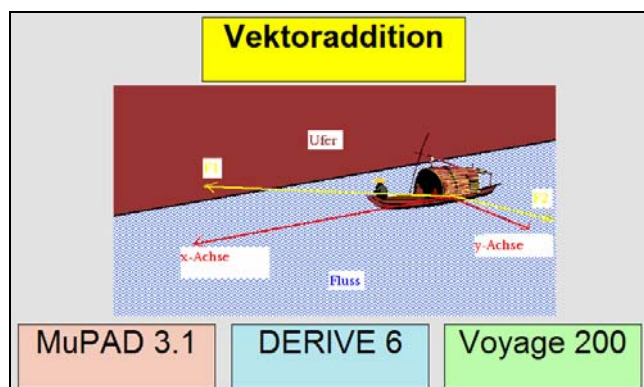


## Tabellenkalkulation

Ist das Bearbeiten großer Datenmengen (z.B. in den Lernpfaden „Beschreibende Statistik“ und „Funktionen – Einstieg“) notwendig, dann wird Tabellenkalkulation (Excel) verwendet.

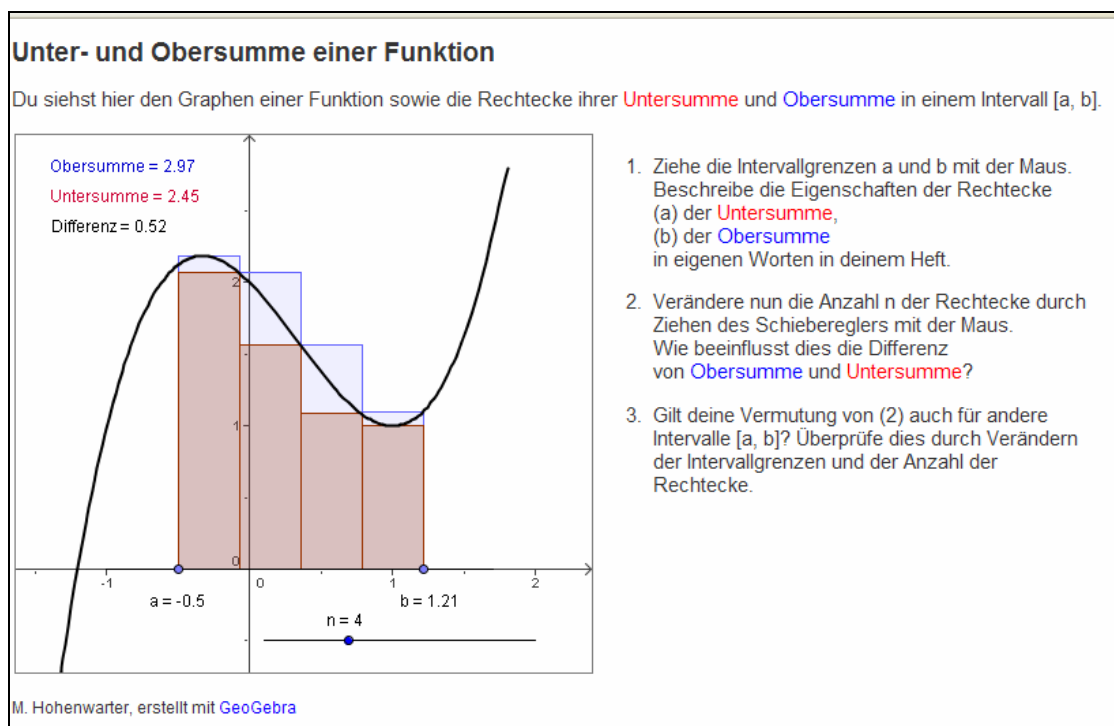
## Computeralgebrasysteme

Algebraische Aufgabenstellungen, Aufgaben aus der Vektorrechnung, funktionale Zusammenhänge in Lernpfaden der Oberstufe können mit Computeralgebrasystemen (Derive, Voyage oder MuPad) gelöst bzw. dargestellt werden. Den Schüler/innen werden entsprechende Anleitungen angeboten.



## Entdeckendes Lernen mit GeoGebra

Dynamische Arbeitsblätter lassen sich in vielen Bereichen der Mathematik einsetzen, um Schülerinnen und Schüler Zusammenhänge entdecken zu lassen und die Phase der Exaktifizierung vorzubereiten.



## 5.3. Auswirkungen auf Lehren und Lernen

### 5.3.1. Didaktischer Kommentar zum Projekt (Helmut Heugl)



*Der Computer zwingt uns, über Dinge nachzudenken, über die wir schon längst hätten nachdenken sollen*

In den in diesem Projekt entwickelten Lehr/Lernhilfen wird versucht, die Vorteile verschiedener elektronischer Werkzeuge und Medien für das Lernen und Lehren von Mathematik zu nutzen. Auch wir haben durch diese Arbeit sehr viel dazu gelernt, vor allem, was die Wechselwirkung der verschiedenen Werkzeuge betrifft: Während sich das eine Werkzeug in der experimentellen Phase des Lernens besonders bewährt, braucht man ein anderes in der exaktifizierenden Phase oder um beim Lösen eines praktischen Problems als Rechenwerkzeug.

## I. DIDAKTISCHE GRUNDLAGEN

**Sichtweisen betreffend die Rolle der Mathematik im Zeitalter der Informationstechnologie und im technologieunterstützten Unterricht**

An Beispielen aus den verschiedenen Lernpfaden soll die Umsetzung der im Folgenden formulierten didaktischen Grundlagen gezeigt werden. Ziel ist, dass solche didaktische Konzepte zu Einstellungen bei Lehrerinnen und Lehrern bei der Planung und Realisierung eigener Unterrichtskonzepte werden.

### I.1. Der Bildungsauftrag des Faches Mathematik

Im heutigen Bildungssystem kann ein Fach – auch Mathematik – seine Berechtigung nicht aus seiner Tradition ableiten. Es muss diskutiert werden, welchen Beitrag ein Fach zum Bildungsauftrag von Schule leistet. Diese Diskussion kann von zwei Blickwinkeln aus geführt werden: Einerseits kann aus Sicht der jeweiligen Wissenschaft ein Angebot an die Gesellschaft gemacht werden und andererseits kann die Gesellschaft Erwartungen an ein Fach ausdrücken.

**Blickwinkel 1: Verschiedene Rollen von Mathematik**, die sich aus fachspezifischen Denk- und Arbeitsweisen dieser Wissenschaft ableiten lassen und Leitfunktion für den Mathematikunterricht haben sollen:

**(1) Mathematik als Technik des Problemlösens durch Schließen.**

Wichtige Phasen des mathematischen Problemlösens sind: Modellbilden – Operieren – Interpretieren.

**(2) Mathematik als Sprache:**

Schülerinnen und Schüler sollen drei Arten von Sprachen erlernen: Die Muttersprache, Fremdsprachen und die Sprache der Mathematik

**(3) Mathematik als Denktechnologie:**

Im Mittelpunkt dieses Bildes von Mathematik steht nicht ein ganz bestimmtes mathematisches Kapitel, sondern jene heuristischen Strategien, jene Denktechnologie die beim Betreiben von Mathematik erworben werden und die in vielen Bereichen des Lebens anwendbar sind.

## Blickwinkel 2: Erwartungen der Gesellschaft an die Mathematik

Durch die PISA Studie hat ja die Diskussion um den Bildungsauftrag des Faches Mathematik auch medial eine besondere Beachtung gefunden. Bildungstheoretischer Orientierungsrahmen von PISA ist das „Mathematical – Literacy Konzept“:

### *Mathematical Literacy (OECD 1999)*

*is an individual's capacity to identify and understand the role that mathematics plays in the world, to make well-founded mathematical judgements and to engage in mathematics, in ways that meet the needs of individuals current and future life as a constructive, concerned and reflective citizen [OECD, 1999]*

Dementsprechend liegt der Schwerpunkt von PISA auf der funktionalen Anwendung von mathematischen Kenntnissen in ganz unterschiedlichen Kontexten und auf ganz unterschiedliche, Reflexionen und Einsichten erforderliche Weise ⇔ also auf einer „**Beziehung zwischen Erfahrung und Mathematik**“

## Der Bildungsauftrag in den Lehrplänen

Auszug aus dem Oberstufenlehrplan der Allgemeinbildenden Höheren Schule (AHS) in Österreich:

### Bildungs- und Lehraufgabe:

Der Mathematikunterricht soll beitragen, dass Schülerinnen und Schülern ihrer Verantwortung für lebensbegleitendes Lernen besser nachkommen können. Dies geschieht vor allem durch die Erziehung zu analytisch-folgerichtigem Denken und durch die Vermittlung von mathematischen Kompetenzen, die für viele Lebensbereiche grundlegende Bedeutung haben. Beim Erwerben dieser Kompetenzen sollen die Schülerinnen und Schüler die vielfältigen Aspekte der Mathematik und die Beiträge des Gegenstandes zu verschiedenen Bildungsbereichen erkennen.

Die mathematische Beschreibung von Strukturen und Prozessen der uns umgebenden Welt, die daraus resultierende vertiefte Einsicht in Zusammenhänge und das Lösen von Problemen durch mathematische Verfahren und Techniken sind zentrale Anliegen des Mathematikunterrichts.

### *Mathematische Kompetenzen*

*Kompetenzen, die sich auf Kenntnisse beziehen:*

Sie äußern sich im Vertrautsein mit mathematischen Inhalten aus den Bereichen Zahlen, Algebra, Analysis, Geometrie und Stochastik.

*Kompetenzen, die sich auf Begriffe beziehen:*

Sie äußern sich in der Fähigkeit, mathematische Begriffe mit adäquaten Grundvorstellungen zu verknüpfen. Die Schülerinnen und Schüler sollen Mathematik als spezifische Sprache zur Beschreibung von Strukturen und Mustern, zur Erfassung von Quantifizierbarem und logischen Beziehungen sowie zur Untersuchung von Naturphänomenen erkennen.

*Kompetenzen, die sich auf mathematische Fertigkeiten und Fähigkeiten beziehen, äußern sich im Ausführen der folgenden mathematischen Aktivitäten:*

- *Darstellend - interpretierendes Arbeiten* umfasst alle Aktivitäten, die mit der Übersetzung von Situationen, Zuständen und Prozessen aus der Alltagssprache in die Sprache der Mathematik und zurück zu tun haben; auch der innermathematische Wechsel von Darstellungsformen gehört zu diesen Aktivitäten
- *Formal - operatives Arbeiten* umfasst alle Aktivitäten, die auf Kalkülen bzw. Algorithmen beruhen, also das Anwenden von Verfahren, Rechenmethoden oder Techniken
- *Experimentell - heuristisches Arbeiten* umfasst alle Aktivitäten, die etwa mit zielgerichtetem Suchen nach Gesetzmäßigkeiten, mit Variation von Parametern oder dem Aufstellen von induktiv gewonnenen Vermutungen zu tun haben; auch das Ausführen von Simulationen, das Untersuchen von Grenz- und

Spezialfällen sowie das Übergehen zu Verallgemeinerungen gehören in der experimentellen Phase zu diesen Aktivitäten

- *Kritisch - argumentatives Arbeiten* umfasst alle Aktivitäten, die mit Argumentieren, Hinterfragen, Ausloten von Grenzen und Begründen zu tun haben; das Beweisen heuristisch gewonnener Vermutungen ist ein Schwerpunkt dieses Tätigkeitsbereichs.

## I.II. Modelle für mathematische Prozesse

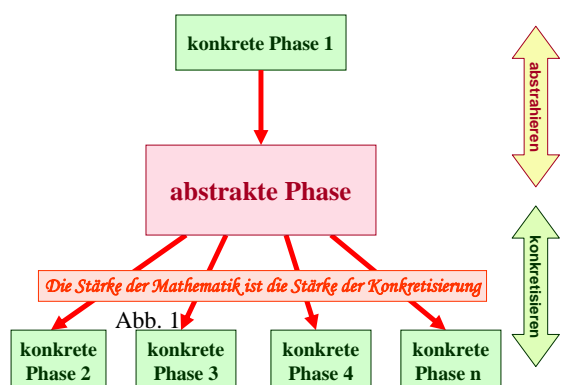
für die Entwicklung des Wissens in der Wissenschaft und auch für die Entwicklung von Mathematik im Lernenden

Solche Modelle entstehen durch Beobachtung typischer mathematischer Abläufe. Durch diese Untersuchungen bestätigt sich immer wieder die These von J. P. Piaget, dass die Entwicklung von Wissen im Kind in ähnlichen Stufen abläuft wie die Entwicklung des Wissens in dieser Wissenschaft.

Obwohl die Autoren der Lernpfade nicht verpflichtet waren, die Abläufe streng nach solchen Modellen zu planen, bestätigt sich bei der Analyse der Lernpfade die Brauchbarkeit dieser Modelle.

### I.II.I. Das Dreistufenmodell mathematischer Abläufe

Die Entwicklung der Mathematik im Lernenden und ebenso die Entwicklung der Wissenschaft Mathematik ist gekennzeichnet durch typische Entwicklungsschritte. Eine mögliches Modell, das auf Bruno Buchberger zurückgeht [Buchberger, 1992], ist folgendes Zweiphasenmodell:



B. Buchberger

© H. Heugl

#### Stufe 1: Abstrahieren

Start: Konkrete Phase 1

Ausgangspunkt für das Eindringen in einen neuen mathematischen Bereich ist in der Regel ein konkretes Problem. Es kann aus früher erfahrenen mathematischen Bereichen sein oder angeregt durch ein Anwendungsproblem (Beispiel Differentialrechnung: „Sekante-Tangente“ oder „mittlere Geschwindigkeit – Momentangeschwindigkeit“).

Ziel: Abstrakte Phase

Um diesen Bereich weiter zu entwickeln, neue Begriffe einzuführen, neue Algorithmen zu finden, ist es aber notwendig, sich vom konkreten Problem zu lösen, also in einer abstrakten Phase die Entwicklung des Bereiches voran zu treiben.

#### Stufe 2: Konkretisieren

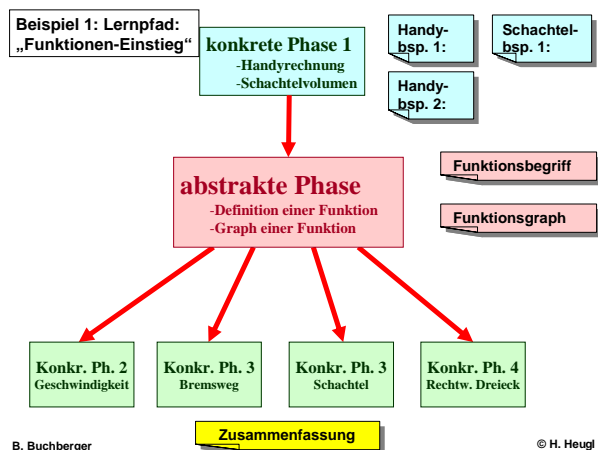
Ziel: Konkrete/Anwendungsphasen

Gerade dieses Abstrahieren eröffnet aber die Möglichkeit des vielfältigen Konkretisierens und ist damit für die vielfältige Bedeutung der Mathematik verantwortlich (Beispiel Differentialrechnung: Vielfältige Anwendung der mittleren und momentanen Änderungsrate in Naturwissenschaften, Wirtschaft, Technik, usw.).

**Folgerung:** Für mich gibt es das Gegensatzpaar „Reine Mathematik“ versus „Angewandte Mathematik“ nicht – die beiden bedingen einander. Daher sollten auch die Lernenden beide Phasen erleben.



## Beispiel 1: Lernpfad „Funktionen – Einstieg“



### Stufe 1: Abstrahierens:

Ausgehend von konkreten Problemen erfolgt die Begriffsbildung und Definition abstrakter mathematischer Begriffe.

### Konkrete Phase 1, erster Teil:

Der Einstieg erfolgt an konkreten Problemen aus der Erfahrungswelt der Schüler, zum Beispiel:

Problem „Handyrechnung“: Als Beispiel für einen Zusammenhang zwischen Größen wird die Abhängigkeit der Höhe der Telefonrechnung von der Gesprächszeit untersucht:

- Handybeispiel (1): Aus einer Textinformation soll eine Tabelle und aus der Tabelle eine Formel entwickelt werden.
- Handybeispiel (2): Bei größeren Datenmengen soll die Tabelle mittels eines elektronischen Werkzeuges ermittelt werden
- Handybeispiel (3): Nun sollen mit Hilfe der aus der Praxis entwickelten Funktionsdarstellungen Probleme gelöst werden.

Problem „Schachtelvolumen“: Es soll die Abhängigkeit des Volumens einer quadratischen Schachtel von der Höhe untersucht werden.

- Schachtelbeispiel (1): Aus einem Text unterstützt durch eine Flashanimation soll eine Formel entwickelt werden.
- Schachtelbeispiel (2): Aus der Formel soll eine Tabelle entwickelt werden.

### Abstrakte Phase erster Teil:

Nun erfolgt die Loslösung von den verschiedenen konkreten Problemen und es werden die Begriffe Funktion, Definitionsmenge, Zielmenge, Abbildung, Termdarstellung, Funktionsgleichung und Zuordnungsvorschrift definiert

### Konkrete Phase 1, zweiter Teil:

Jetzt werden die Abhängigkeiten von Größen bei den Problemen „Handyrechnung“ und Schachtelvolumen grafisch dargestellt

### Abstrakte Phase zweiter Teil:

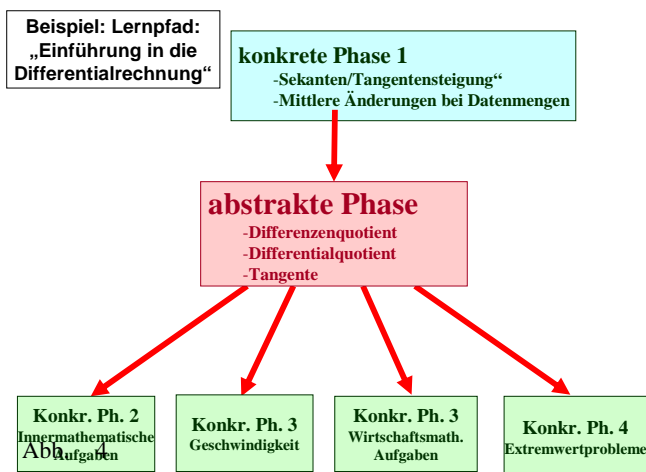
Nun erfolgt abstrahiert von den gestellten Problemen die Definition des Graphen einer Funktion

## Stufe 2: Konkretisieren

Die abstrakte Phase ermöglicht durch Loslösung von den konkreten Eingangsproblemen die Bearbeitung verschiedenster weiterer konkreter Probleme, wie zum Beispiel:

- Bremsweg
- Temperaturkurve
- Optimieren einer Schachtel
- Geschwindigkeit
- Abhängigkeiten im rechtwinkligen Dreieck, usw.

## Beispiel 2: Lernpfad „Einführung in die Differentialrechnung“



B. Buchberger

© H. Heugl

### Stufe 1: Abstrahieren

#### Konkrete Phase 1

An praktischen Problemen, wie zum Beispiel „Arbeitslosigkeit in Österreich“; „Weg eines fallenden Steines“ oder „Temperaturverlauf eines Tages“ wird der Begriff „Mittlere Änderung“ erarbeitet. Die Vorbereitung der abstrakten Phase erfolgt am klassischen Problem: „Sekanten – Tangentensteigung“

#### Abstrakte Phase

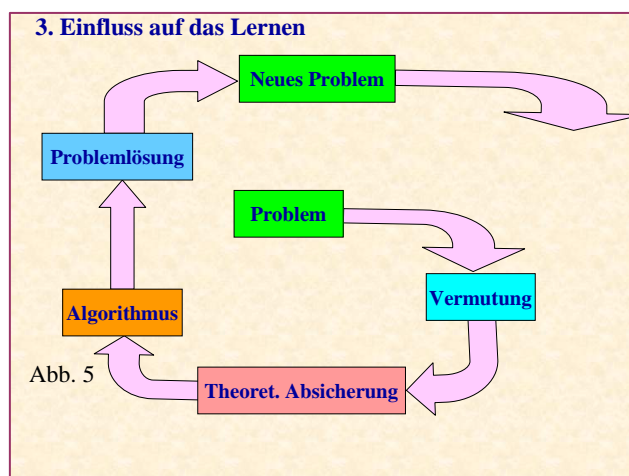
Wichtig ist, dass in diesem Lernpfad die Begriffe Differenzenquotient und Steigung hat, als

### Stufe 2: Konkretisieren

Erst diese Abstraktion eröffnet die vielen Anwendungen, zu denen natürlich auch konkrete innermathematische Anwendungen gehören.

## I.II.II. Die Buchbergersche Kreativitätsspirale als Modell des Mathematiklernens

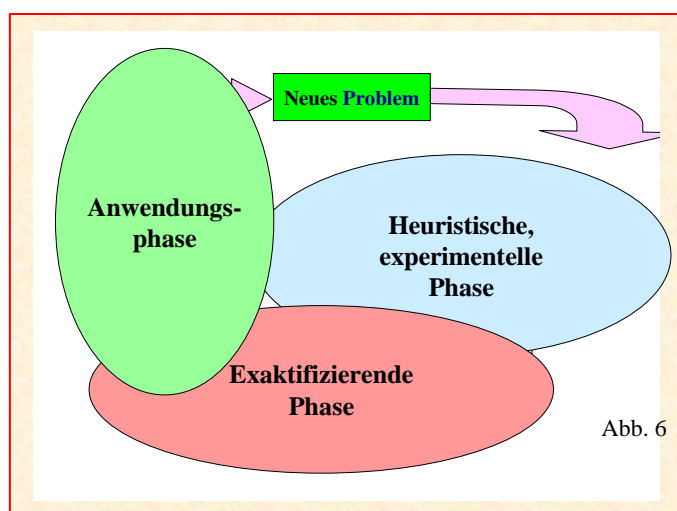
Beobachtet man den Weg des Lernenden bei der Erforschung der Mathematik könnte man als Modell für diesen Prozess eine Spirale nehmen.



- **Ausgangspunkt** eines Spiraldurchlaufs sind Beobachtungen, Datenmaterial oder **Probleme** zu deren Lösung schon verfügbare Algorithmen ausgewählt oder neue gefunden werden müssen. Es müssen **Vermutungen** gefunden, erste Begründungs- und Beweisideen formuliert oder Modelle gebildet werden.
- Danach sollten die Vermutungen auf eine gesicherte Basis gestellt werden, es muss **exaktifiziert** werden (Begründen, Beweisen).
- Nun gilt es, gestützt auf das erworbene Wissen, **Algorithmen** oder Programme zu entwickeln, die für die Problemlösung notwendig sind. Testen und Festigen durch Üben gehören auch zu wichtigen Tätigkeiten in dieser Phase.

- Die erworbenen Kenntnisse und Strategien werden nun beim Abschluss dieses Spiraldurchlaufs zum **Lösen des Ausgangsproblems** verwendet.
- Neue Probleme erfordern neue Spiraldurchläufe usw.

Zusammenfassend kann man die Tätigkeit des Lernenden bei einem solchen Spiraldurchlauf in **drei Phasen** einteilen:

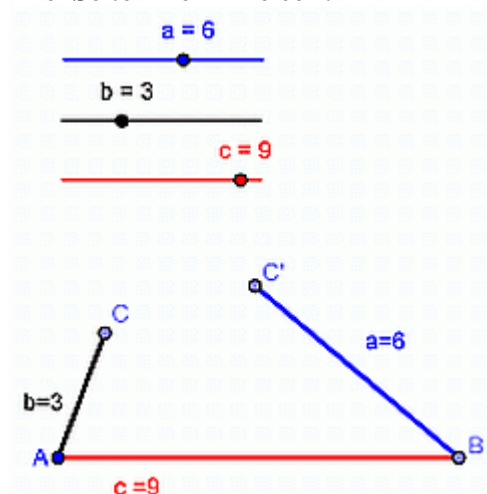


- die heuristische, experimentelle Phase,
- die exaktifizierende Phase,
- die Anwendungsphase.

### Beispiel 3: Lernpfad „Kongruenz – vermuten, erklären, begründen“

#### Heuristisch – experimentelle Phase:

##### Drei Seiten – ein Dreieck?



Stelle die Seitenlängen richtig ein und versuche, durch Bewegung der Punkte C und C' ein Dreieck zu erzeugen. Arbeite sehr genau! Verwende - wenn nötig - auch die Zoom-Funktion.

- |                    |                    |
|--------------------|--------------------|
| a) $a=4, b=5, c=3$ | b) $a=4, b=2, c=7$ |
| c) $a=3, b=5, c=8$ | d) $a=5, b=5, c=5$ |
| e) $a=5, b=9, c=3$ | f) $a=9, b=4, c=7$ |

Schreibe eine Vermutung auf, unter welchen Bedingungen du aus der Angabe von drei Seitenlängen eindeutig ein Dreieck konstruieren kannst. Wann geht das nicht?

Abb. 7

#### Exaktifizierende Phase:

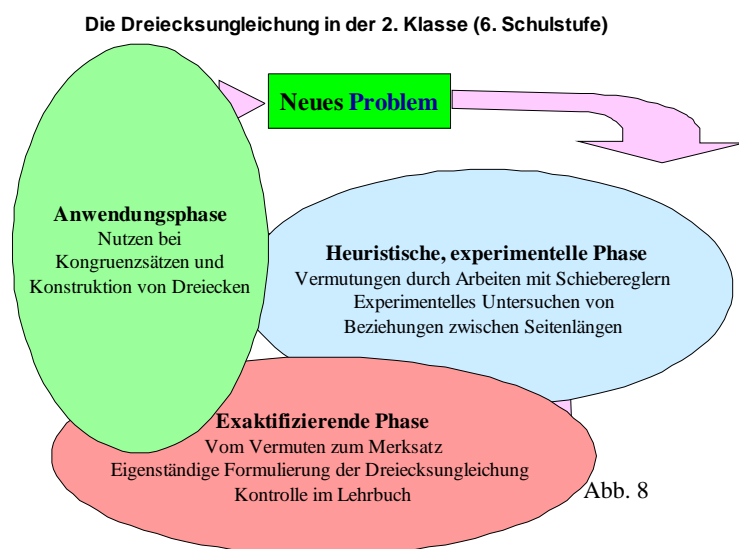
##### Vom Vermuten zum Merksatz

Du hast schon einige Vermutungen aufgeschrieben. Jetzt sollst du einen allgemein gültigen Merksatz finden.

1. Suche in deinem Mathematikbuch Informationen über die **Dreiecksungleichung**.
2. Formuliere selbst einen möglichst genauen Merksatz darüber und schreibe ihn auf.
3. Vergleiche deine Vermutungen, die du in den letzten Arbeitsschritten aufgeschrieben hast, mit dieser Formulierung!

## Anwendungsphase:

Nutzen der Dreiecksungleichung bei Kongruenzsätzen und der Konstruktion von Dreiecken



Einige Ergebnisse aus den österreichischen CAS-Projekten und somit Hypothesen für dieses Projekt:

- (1) Es kommt zu einer deutlichen Aufwertung der heuristischen, experimentellen Phase
- (1) Da das Operieren zu einem wesentlichen Teil dem Computer überlassen wird, kann eine Schwerpunktsverschiebung zu Modellbilden und Interpretieren beobachtet werden
- (2) Da häufig Ergebnisse interpretiert werden müssen, die man nicht selber produziert hat, und da durch Experimentieren verschiedenste Lösungswege auftreten, wird das Testen zu einer wichtigen Tätigkeit.
- (3) Es bleibt mehr Raum für die exaktifizierende Phase. Innerhalb dieser Frage kann man sich auf das eigentliche Problem des Beweisens konzentrieren, da die dafür nötigen Rechnungen dem CAS überlassen werden können

## I.II.III. Thesen von W. Dörfler zum Einfluss von Technologie auf die Mathematik

[Dörfler W., 1991]

- *Sieht man Kognition als funktionales System, das Mensch und Werkzeuge und den sonstigen materiellen und sozialen Kontext umfasst, so können neue Werkzeuge Kognition qualitativ verändern und neue Fähigkeiten generieren. Lernen ist dann nicht nur Entwicklung von vorhandenen Fähigkeiten, sondern systemische Konstruktion funktionaler kognitiver Systeme*
- *Computer und Computersoftware ist demnach als Erweiterung und Verstärkung unserer Kognition anzusehen.*
- *Es kommt zu einer Verschiebung der Tätigkeit vom Ausführen zum Planen und Interpretieren.*
- *Es ändert sich nicht nur die Form sondern auch der Inhalt der Tätigkeit.*
- *Denkprozesse erfolgen oft vorteilhaft anhand gegenständlicher Vorstellungen, Repräsentationen, Modellierungen der jeweiligen Problemsituation. Gute Softwaresysteme bieten eine Vielzahl graphischer und symbolischer Elemente an, so dass der Benutzer interaktiv verschiedenste kognitive Modelle am Bildschirm erstellen kann.*

- *Der Computer als Medium für Prototypen: Allgemeinbegriffe werden mittels prototypischer Repräsentanten kognitiv verfügbar gemacht. Der Computer bietet nicht nur eine größere Vielfalt an Prototypen an, sondern insbesondere auch solche, die ohne ihn nicht verfügbar wären.*
- *Modularität des Denkens: Der Computer kann als Speicher und Prozessor für viele verschiedene Module verwendet werden und fördert somit das modulare Denken und Arbeiten*
- *Die Verfügbarkeit der Module erspart natürlich nicht das konzeptionelle und operative Verständnisses der entsprechenden Prozesse und Operationen, aber ihre Realisierung und Ausführung kann man getrost dem Computer überlassen.*

#### Beispiel 4: Lernpfad „Funktionen – Einstieg“

Eine typische Realisierung der Dörflerschen Thesen ist die Entwicklung des Funktionsbegriffs. Schüler/innen finden einen ersten Zugang nicht durch eine saubere exakte Definition, sondern durch das erleben verschiedener Prototypen, durch die die grundlegenden Eigenschaften des Begriffes bewusst werden. Ein wesentlicher Teil des Lernprozesses ist es, eine Verbindung zwischen den einzelnen Prototypen herzustellen. Erst nach dieser Erfahrung macht es Sinn, eine formale Definition des Begriffs „Funktion zu definieren.

Prototypen von Funktionen

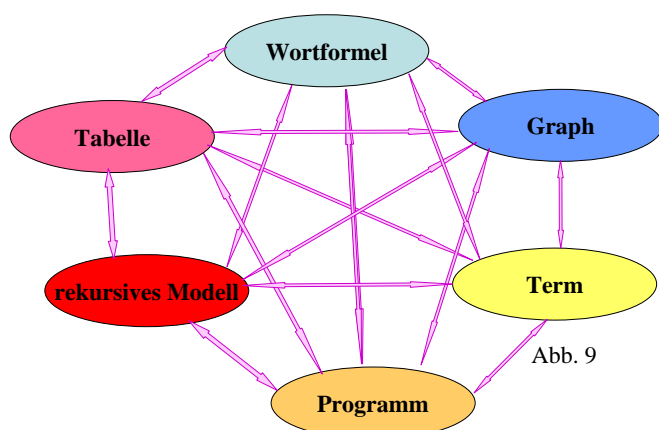


Abb. 9

Im traditionellen Mathematikunterricht begegnen die Schüler/innen folgenden Prototypen des Funktionsbegriffs:

- die verbale Beschreibung (Wortformel)
- die Tabelle
- die Formel (Term, Gleichung)
- der Graph

Der Computer ermöglicht die Nutzung weiterer Prototypen, wie

- die rekursive Darstellung
- das Programm

Das Erkennen der gemeinsamen Charakteristika der einzelnen Prototypen führt dann zum Funktionsbegriff.

Im Lernpfad „Funktionen – Einstieg“ werden die einzelnen Prototypen und die Verbindung von Prototypen an Problemen aus der Erfahrungswelt der Schüler/innen erfahren

Handybeispiele  
Schachtelvolumen

Geschwindigkeit

Rechtwinkeliges Dreieck

Temperaturkurve

Höhe der Telefonrechnung in Abhängigkeit von der Gesprächszeit  
Volumen einer quadratischen Schachtel in Abhängigkeit von der Schachtelhöhe

Geschwindigkeit auf einer gegebenen Strecke in Abhängigkeit von der Fahrzeit

Länge einer Kathete in Abhängigkeit von der anderen Kathete (bei gegebener Hypotenusenlänge)

Temperaturverlauf in Abhängigkeit von der Zeit

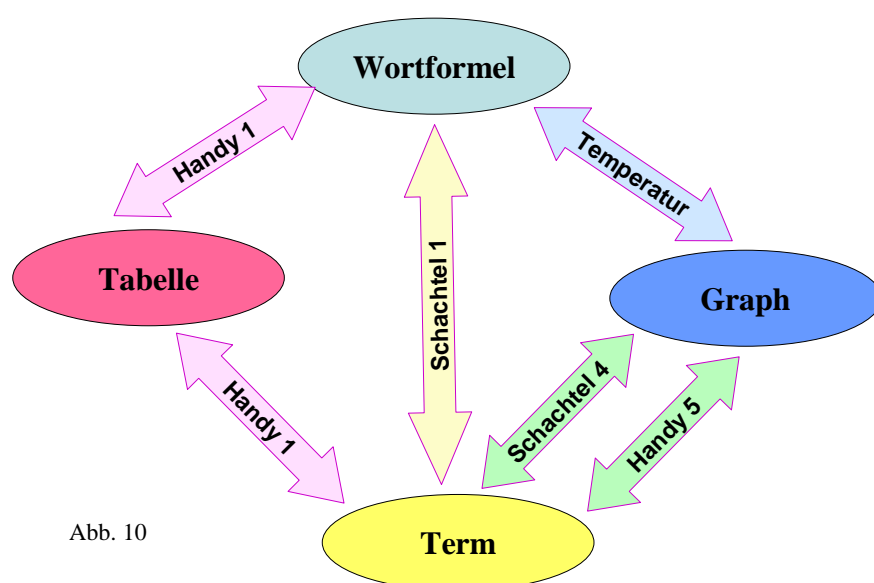


Abb. 10

© H. Heugl

## Literatur

*Buchberger, Bruno.:*

*Teaching Math by Software. Paper of the RISC Institute ) Research Institute for Symbolic Computation); University of Linz, 1992*

*Buchberger, Bruno (Research Institute for Symbolic Computation, University of Linz, Austria): "Teaching Without Teachers" Invited Talk at VISIT-ME 2002, Vienna, July 10, 2002. The written version can be found in the Proceedings of the conference.*

*Buchberger, Bruno (Research Institute for Symbolic Computation, University of Linz, Austria): "Logic, Mathematics, Computer Science: Interactions" Talk at LMCS 2002. Castle of Hagenberg, October 2002.*

*Claus, Heinz Jörg:*

*Einführung in die Didaktik der Mathematik. Wissenschaftliche Buchgesellschaft Darmstadt, 1989, ISBN 3-534-08736-4.*

*Dörfler, W.: Der Computer als kognitives Werkzeug und kognitives Medium.*

*In: Schriftenreihe Didaktik der Mathematik, Universität für Bildungswissenschaften, Band 21 (S.51–75) Verlag Holder-Pichler-Tempsky, Wien, 1991, ISBN 3-209-01452-3*

*Heugl, H., Klinger, W., Lechner, J.: Mathematikunterricht mit Computeralgebra-Systemen. Addison-Wesley Publishing Company, Bonn, 1996. ISBN 3-8273-1082-2*

*Kron/Sofos: "Mediendidaktik", Ernst Reinhardt Verlag München Basel, 2003, S. 139*

*Wittmann, Erich:*

*Grundfragen des Mathematikunterrichts. Verlag Vieweg, Braunschweig/Wiesbaden, 1981, ISBN 3-528-58332-0*

## 5.3.2. Neue Medien und Standards

### Eine kurze Vorstellung des Standardkonzeptes

In der Vergangenheit war man der Meinung, der Lehrplan als Inputsteuerungsinstrument würde ausreichen, um die Erwartungen der Gesellschaft an die Schule zu formulieren und zu sichern. Die Fachdidaktik konzentrierte sich vor allem auf die Verbesserung der Qualität des Unterrichtsprozesses. Eine direkte Outputkontrolle hat es bei der österreichischen Art der Berechtigungsvergabe nicht gegeben.

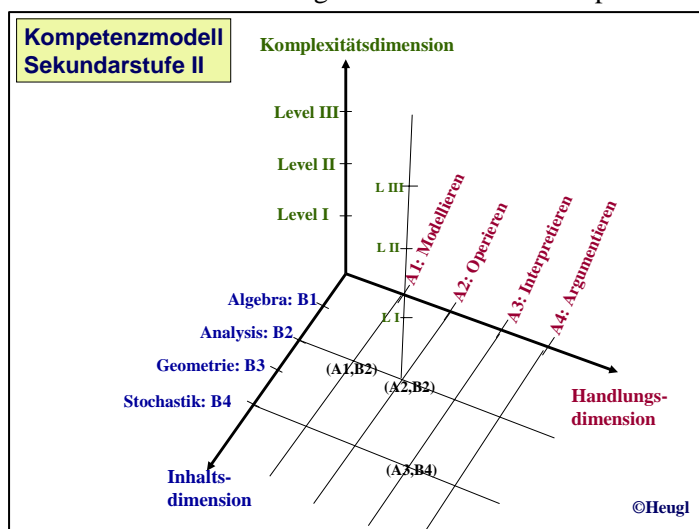
Die Notwendigkeit der Vergleichbarkeit der Bildungsabschlüsse (national und international) sowie die Ergebnisse internationaler Vergleichsstudien wie TIMSS und PISA haben zu einem Umdenken geführt. Folgende Konsequenzen sind notwendig:

- Es muss **mehr Augenmerk auf langfristig verfügbare Kompetenzen** gelegt werden. Lernen konzentriert sich bei uns infolge unseres Systems der Leistungsbeurteilung vor allem auf den Erwerb kurzfristiger Kompetenzen, die bei der nächsten Prüfung oder Schularbeit abgefragt werden.
- Bildungsinhalte müssen nach ihrer **Notwendigkeit und Brauchbarkeit für den lebenslangen Bildungserwerb** hinterfragt werden. Die Betonung liegt also auf Bildung und nicht nur auf direkt verwertbaren beruflichen Qualifikationen.
- Die oft im Mittelpunkt der Qualitätsdiskussionen stehenden „**Schlüsselqualifikationen**“, wie Problemlösekompetenz, Teamfähigkeit usw. **benötigen als Voraussetzung eine fundierte fachliche Grundbildung**. Problemlösen erlernt man nicht „an sich“, indem man über Problemlösen diskutiert, sondern „an etwas“, indem man also konkrete Probleme löst.
- **Bildungsabschlüsse müssen**, zumindest was unverzichtbare Grundkompetenzen anlangt, **vergleichbarer werden**. Ich erlebe in meiner Lehrveranstaltung für Lehramtsstudenten an der Universität ein breites Spektrum an mathematischen Voraussetzungen, von Spitzenkönnern bis zu mathematischen Analphabeten - und alle haben ein Maturazeugnis (oft mit denselben Noten), das bestätigt: „Du kannst an der Technischen Universität studieren.“
- Zu den erwarteten Kompetenzen im Zeitalter der Informationstechnologie gehört auch die verständige und zweckmäßige Verwendung von elektronischen Werkzeugen und Medien.

Neben der Inputsteuerung durch die Lehrpläne treten jetzt als Element der Outputsteuerung die **Bildungsstandards**:

- Standards beschreiben **langfristige mathematische Grundkompetenzen**, über die Schülerinnen und Schüler an bestimmten Punkten ihrer Schullaufbahn verfügen sollen.
- Mathematische Kompetenzen beziehen sich auf mathematische Tätigkeiten, auf mathematische Inhalte sowie auf die Komplexität mathematisch fassbarer Zusammenhänge.

Grundlage für die Entwicklung und Formulierung von Standards ist ein Kompetenzmodell, das sich am eingangs dargelegten bildungstheoretischen Rahmen sowie am Lehrplan orientiert. Entsprechend der vorhin formulierten Beschreibung mathematischer Kompetenzen handelt es sich um ein dreidimensionales Modell mit unterschiedlichen Ausprägungen in den drei Dimensionen:



- Der mathematischen Handlungsdimension (H) mit den Tätigkeiten
  - Modellbilden und Darstellen
  - Operieren, Rechnen
  - Interpretieren und Dokumentieren
  - Argumentieren und Begründen
- Der Inhaltsdimension (I), die die Inhalte des Lehrplans der jeweiligen Schulstufe abbildet und
- Der Komplexitätsdimension (K), die die Qualität bzw. Komplexität der Denkprozesse behandelt



## Standards und Technologien

Mathematisches Tun ist im Zeitalter der Informations- und Kommunikationstechnologie ohne die permanente Verfügbarkeit und Verwendung elektronischer Werkzeuge kaum noch vorstellbar. Dies gilt für nahezu alle Formen und für alle Ebenen mathematischen Arbeitens.

- Beim Modellbilden bietet das Modellangebot elektronischer Werkzeuge heute völlig neue Zugänge und Anwendungsbereiche.
- Beim Operieren übernimmt das elektronische Werkzeug komplexe Operationen, so dass man sich auf die zentralen Probleme des Problemlösens konzentrieren kann. Auch mehr Praxisnähe ist dadurch möglich.
- Das Interpretieren wird durch die Werkzeuge unterstützt: Visualisierungen sind viel leichter möglich, die Auswirkung von Parametern kann direkt ohne großen Rechenaufwand untersucht werden. Andererseits bewirkt der Technologieeinsatz eine neue Dimension des Interpretierens, weil der Lernende etwas interpretieren muss, was er nicht selber produziert hat.
- Auch Argumentieren und Begründen wird durch Technologie beeinflusst: Heuristische Vorformen des exakten Begründens werden durch experimentelles Vermuten gefördert, und durch Übertragen des für das mathematische Begründen erforderlichen Operierens auf das Werkzeug kann man sich auf das eigentliche Argumentieren konzentrieren.

Eine entsprechende „Werkzeugkompetenz“ ist daher integraler Bestandteil mathematischer Kompetenzen. Die besondere Förderung dieser Kompetenzen in den Lernpfaden des Projektes „Medienvielfalt im Mathematikunterricht“ ist daher ein besonderer Beitrag dieses Projektes zum Umsetzen des Standardkonzeptes.

## Der Beitrag des Projektes Medienvielfalt zu den Standardaufgabenpools

Derzeit werden zwei Arten von Aufgabenpools entwickelt:

- Ein geheimer Testitempool als Reservoir für standardisierte Tests, die in Zusammenarbeit mit der Testpsychologie entwickelt und durchgeführt werden sollen. Da für solche Tests ab 2008 in der Sekundarstufe I eine Stichprobe von 10% der vierzehnjährigen Schüler/innen vorgesehen ist, können derzeit in diesen Pool noch keine technologiespezifischen Aufgaben aufgenommen werden. Man kann eine dafür notwendige, flächendeckende Werkzeugkompetenz derzeit nicht erwarten.
- Ein öffentlicher Aufgabenpool zur Orientierung und Implementierung des Standardkonzeptes in den Schulen und als Reservoir für Selbstevaluation seitens einzelner Schulen oder Lehrer/innen: Hier brauchen wir als Steuerungsinstrument dringend technologiespezifische Aufgaben.

In den Lernpfaden des Projektes „Medienvielfalt“ finden sich dazu eine ganze Menge passender Aufgaben, die nur noch nach dem Kompetenzmodell analysiert und in die öffentlichen Orientierungspools (Sekundarstufe I, Sekundarstufe II AHS und BHS) aufgenommen werden müssen.



## Beispiele:

### Beispiel 1: „Handybeispiel 2“

(Quelle: Lernpfad „Funktionen - Einstieg“)

Problem:

Ein Handybetreiber bietet folgenden Tarif an: Die monatliche Grundgebühr beträgt 15 €. Für 1 Minute telefonieren in alle Netze Österreichs werden 0,06 € verrechnet. Die Abrechnung erfolgt minutengenau (d.h. für eine angebrochene Minute wird der volle Preis für 1 Minute verrechnet).

An der Hotline des Handyanbieters sitzt ein Mitarbeiter, der Formeln nicht ausstehen kann! Dennoch muss er vielen Anrufer/innen mitteilen, wie hoch ihre Rechnung sein wird, wenn sie soundso viel telefonieren. Er bevorzugt die Verwendung einer Tabelle, in der alle für ihn relevanten Zahlen stehen.

Aufgabe:

**Erstelle mit einem Werkzeug deiner Wahl eine Tabelle** für den Betreuer der Hotline! Sie soll die Höhe der Rechnung für alle Gesprächszeiten bis 200 Minuten enthalten:

Gesprächszeit in Minuten	Höhe der Handyrechnung in €
0	
1	
2	
3	
...	
200	

Klassifikation der Aufgabe:

- **Handlung/Inhalt H1/I2: Kompetenz „Modellieren mit Hilfe von elektronischen Werkzeugen bei Funktionalen Zusammenhängen“** – Die Schüler/innen sollen problemrelevante mathematische Zusammenhänge im Text identifizieren, also das Modell der linearen Funktion erkennen, und mathematisch darstellen.
- **Komplexitätslevel K2:** Wegen der zusätzlich erforderlichen Werkzeugkompetenz ist hier eine Vernetzung verschiedener Kompetenzen erforderlich.

### Beispiel 2: „Handybeispiel 3“

(Quelle: Lernpfad „Funktionen - Einstieg“)

Problem:

Du kannst zwischen zwei Angeboten von Handybetreibern entscheiden:

- Angebot „Beon“: Die monatliche Grundgebühr beträgt 15 €. Für 1 Minute telefonieren in alle Netze Österreichs werden 0,06 € verrechnet. Die Abrechnung erfolgt minutengenau (d.h. für eine angebrochene Minute wird der volle Preis für 1 Minute verrechnet).
- Angebot „Handycom“: Keine Grundgebühr! Für 1 Minute telefonieren in alle Netze Österreichs werden 0,08 € verrechnet.

Aufgabe:

Erkläre die Vor- und Nachteile der beiden Angebote. Begründe: Welches Angebot würdest Du Viel- und Wenigtelefonierern empfehlen?

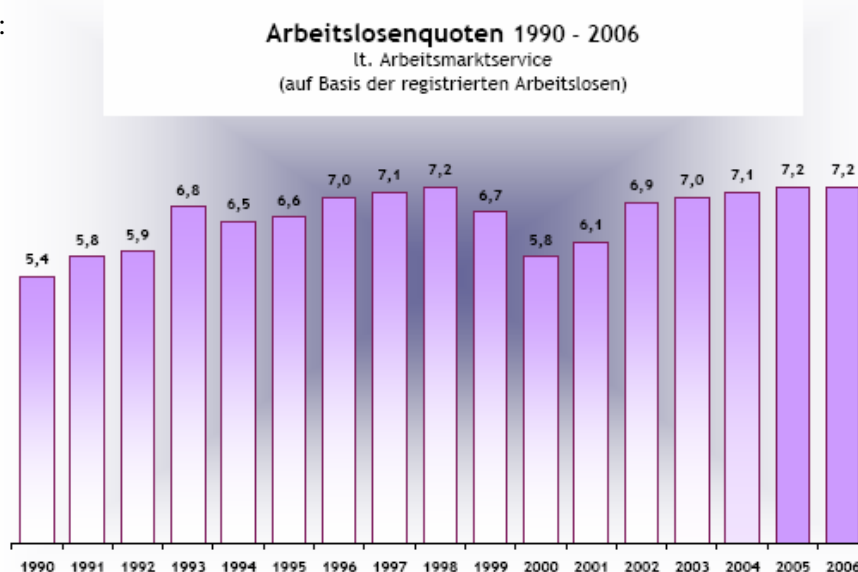
Klassifikation der Aufgabe:

- **Handlung/Inhalt H4/I2: Kompetenz „Argumentieren bei funktionalen Abhängigkeiten eventuell mit Unterstützung technologischer Werkzeuge“** - Argumente nennen, die für oder gegen eine bestimmte Lösung oder eine bestimmte Sichtweise/ Interpretation sprechen. Die Aufgabe kann zwar grundsätzlich ohne Technologie gelöst werden, Technologie kann aber hier durch Bereitstellen bestimmter Darstellungsformen wie Tabelle oder Graph die Argumentation gut unterstützen.
- **Komplexitätslevel K3:** Neben der Modellbildungshandlung ist sowohl eine innermathematische als auch eine anwendungsbezogene Reflexion nötig – daher Stufe 3.

### Beispiel 3: „Veränderung der Arbeitslosigkeit“

(Quelle: Lernpfad „Einführung in die Differentialrechnung“)

Problem:



In der Grafik siehst du die österreichischen Arbeitslosenquoten (in % der Unselbstständigen) von 1990 bis 2006. Die Angaben für die Jahre 2005 und 2006 sind eine Prognose der Wirtschaftskammer Österreich vom September 2005.

Problem:

Bearbeite diese Übung entweder in deinem Heft oder mit Hilfe eines technologischen Werkzeuges. Formuliere deine Antworten in ganzen Sätzen

- Berechne die absolute Änderungen der Arbeitslosenquote in den Zeitintervallen [1990; 1998], [1998; 2000] und [1990; 2000].
- Was bedeutet ein positives, was ein negatives Vorzeichen der Änderung der Arbeitslosenquote?
- In welchem Zeitraum zwischen 1990 und 2005 ist die Arbeitslosenquote
  - a) am stärksten gestiegen?
  - b) am stärksten gesunken?
- Gib die Änderungen der Arbeitslosenquote auch in den Zeitintervallen [1993; 2000], [1998; 2005] an. Bestimme jeweils auch die Änderung der Arbeitslosenquote pro Jahr, also die mittlere Änderungsrate. Interpretiere deine Ergebnisse in Bezug auf die Grafik.

Quelle: [Datenblatt](#) (pdf) der [Wirtschaftskammer Österreich](#)

Klassifikation der Aufgabe:

- **Handlung/Inhalt H3/I4: Kompetenz „Interpretieren grafischer Darstellungen statistischer Daten“**
  - Die Schüler/innen sollen tabellarisch, grafisch oder symbolisch gegebene Zusammenhänge beschreiben und im jeweiligen Kontext deuten.
- **Komplexitätslevel K1:** Es handelt sich um einfache, reproduktiv erlernbare Zusammenhänge.

## Der Beitrag des Projektes „Medienvielfalt“ zu überfachlichen Kompetenzen

Lernpfade werden vor dem Hintergrund eines neuen Lernbegriffs entwickelt: Der Bildungsauftrag der Gesellschaft an die Schule beinhaltet nicht nur den Erwerb fachlich/inhaltlicher Kompetenzen, angestrebt werden vier Arten von Kompetenzen:

- die Fachkompetenz
- die Methodenkompetenz
- die Sozialkompetenz und
- die Persönlichkeitskompetenz

Wie auch die externe Evaluation bestätigt, bietet das für die Lernpfade typische selbständige, experimentelle Lernen begleitet von den in den Drehbüchern angebotenen Methoden des EVA (eigenverantwortlichen Arbeiten) wesentlich zum Erwerb von Methoden-, Sozial- und Persönlichkeitskompetenz bei.

Das heißt, selbst wenn das fachliche Lernen einen ähnlichen Erfolg wie traditionelles technologiefreies Lernen ergeben würde, wäre das Lernen mit Hilfe solcher Lernpfade vorzuziehen, wenn man den Auftrag dieses neuen, umfassenden Lernbegriffs beachtet.

### Zukünftige Aktivitäten zum Thema „Neue Medien und Standards“

Die Schwerpunktsverschiebung von der Inputsteuerung durch Lehrpläne zur Outputsteuerung durch Standards, die langfristig verfügbare Kompetenzen beschreiben, muss auch im Ergebnis des Projektes „Medienvielfalt im Mathematikunterricht“ ihren Niederschlag finden.

Die Frage „Welchen Einfluss hat die Nutzung solcher mediengestützter Lernpfade und der dort eingesetzten Methoden auf nachhaltiges Lernen?“ –haben wir bis jetzt noch nicht untersucht. Dazu war auch die Laufzeit des Projektes zu kurz.

Wir haben zwar sehr positive Signale betreffend kurzfristig verfügbarer Kompetenzen während des Lernpfadprozesses, aber selbst diese Evaluation gehört noch kompetenzorientiert überprüft. Wenn Schüler/innen angeben, diese Art des technologiegestützten Lernens wäre zum Beispiel beim Begriffsbildungsprozess eine Hilfe gewesen, müsste noch hinterfragt bzw. untersucht werden, welche Qualität der erarbeitete Begriff tatsächlich hat und ob eine Einbettung in das Begriffsnetz dieses Themas erfolgt ist.

Vorläufig nicht untersucht haben wir, ob unverzichtbare Grundkompetenzen auch langfristiger verfügbar sind.

Dazu muss es in der Zukunft Vergleichstests zu langfristigen fachlichen Grundkompetenzen zu bestimmten Inhalten eines Lernpfades geben. Es müssen auch Vergleichsgruppen mit traditionellen Unterrichtsmethoden getestet werden, was aber wiederum bedeutet, dass bei dieser Art von Test nur Aufgaben gestellt werden können, die auch ohne Technologienutzung lösbar sind. Darüber hinaus könnte man ja für Lernpfadklassen Tests zur Überprüfung langfristiger technologischer Werkzeugkompetenz überlegen.

Sehr interessant wäre auch, Untersuchungen zum langfristigeren Erwerb von überfachlichen Kompetenzen (Methoden-, Sozial- und Persönlichkeitskompetenz) zu entwickeln – ein Vorhaben, das sicher schwierig ist, weil diese Art von Kompetenzen nicht einfach testbar, sondern nur prozessorientiert beobachtbar ist. Diese Art von Untersuchungen könnte auch die im Weinertschen Kompetenzbegriff als „volitionale“ und „motivationale“ Komponente des Kompetenzbegriffs integrieren, was bisher in der Standarddiskussion leider zu kurz gekommen ist.

# Medienvielfalt im *Mathematikunterricht*

Forschungsprojekt des  
Bundesministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur  
bm:bwk

## Medienvielfalt im Mathematikunterricht

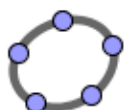
TEIL 6

### ÖFFENTLICHKEITSARBEIT Verbreitung der Lernpfade - Medienvielfaltstage

verfasst von

Dr. Franz Embacher  
Dr. Helmut Heugl

Hollabrunn, Dezember 2006



GeoGebra



Eine Galerie multimedialer Lernhilfen

**mathe online**

für Schule, Fachhochschule,  
Universität und Selbststudium

## 6. ÖFFENTLICHKEITSARBEIT UND VERBREITUNG DER LERNPFADE

### 6.1. MEDIENVIELFALTSTAGE

Bundesland	Termin	Anzahl der Teilnehmer/innen	Referent/innen
Burgenland	22.3.06 Eisenstadt	10	Anita Dorfmayr, Evelyn Stepancik
Kärnten	23.3.06 Klagenfurt	25	Gaby Bleier, Markus Hohenwarter
Niederösterreich	6.4.06 Hollabrunn	15	Gaby Bleier, Walter Klinger
Oberösterreich	17.3.06 Wels	27	Gaby Bleier, Andreas Lindner
Salzburg	16.3.06 Zell am See	20	Gaby Bleier, Markus Hohenwarter, Gabriele Jauck
Steiermark	27.4.06 Graz	15	Markus Hohenwarter, Walter Wegscheider
Tirol	24.3.06 Innsbruck	44	Anita Dorfmayr, Walter Klinger
Vorarlberg	1.3.06 Dornbirn	16	Klaus Himpsl, Markus Hohenwarter
Wien	5.4.06 Wien 8	50	Gaby Bleier, Irma Bierbaumer, Anita Dorfmayr, Franz Embacher

Bei den Medienvielfaltstagen nahmen insgesamt 222 Lehrer und Lehrerinnen aus allen neun Bundesländern teil! Die Rückmeldungen von den Veranstaltungen waren durchwegs positiv.

Die Organisation der Medienvielfaltstage wurde durch offizielle Ausschreibungen (Erlass) des Bundesministeriums an alle Landesschulräte und den Stadtschulrat für Wien durch Mag. Eva Kasparovsky (bmbwk) unterstützt.

Die Organisation vor Ort wurde durch die Länderkoordinator/innen durchgeführt. Die Ausschreibungen wurden in Zusammenarbeit mit dem Pädagogischen Instituten der Bundesländer durchgeführt.

#### Liste der Länderkoordinator/innen:

Bundesland	Länderkoordinator/in
Burgenland	Mag. Grete Hermann
Kärnten	Mag. Gerhard Hainscho
Niederösterreich	Mag. Walter Wegscheider
Oberösterreich	Mag. Andreas Lindner
Salzburg	Mag. Gabriele Jauck
Steiermark	Mag. Waltraud Knechtl
Tirol	Mag. Heiner Juen
Vorarlberg	Mag. Klaus Himpsl
Wien	Dr. Anita Dorfmayr, Dr. Franz Embacher

#### Beispiel einer Ausschreibung:

## **Einladung zum Tag der Medienvielfalt**

**Termin:** 27. April 2006

**Dauer:** 10:00 Uhr bis 17:00 Uhr

**Ort:** BRG Kepler, Keplerstraße 1, 8020 Graz

**Raum:** 108 im 1. Stock

**Vortragende:** DI Mag. Markus Hohenwarter  
Mag. Walter Wegscheider

Anhand von Lernpfaden aus dem Projekt des Bundesministeriums "Medienvielfalt im Mathematikunterricht", einer gemeinsamen Initiative von ACDCA, mathe online und GeoGebra, wird vorgestellt, wie innovativer Medieneinsatz mit neuer Lernkultur verbunden werden kann.

In Form von Workshops können sich die Teilnehmer/innen mit didaktischen, methodischen und technologischen Aspekten modernen Mathematikunterrichts auseinandersetzen.

### **Programm**

- Eröffnung und Vortrag: "Blitzlichter" - Vorstellung ausgewählter Lernpfade
- Vortrag - Lernpfade und neue Lernkultur
- Workshop - Einführung in GeoGebra
- Workshop - Arbeiten mit den Lernpfaden

"Medienvielfalt im Mathematikunterricht"

Landeskoordinatorin

Mag. Waltraud Knechtl

### 6.1.1. Planungsvorlage

CDs sollten erst am Ende des Workshops ausgeteilt werden.

- 1) Kurze Vorstellung des Projekts Medienvielfalt (ca. 10 min) – Powerpoint-Präsentation
- 2) „Blitzlichter“ – repräsentative Beispiele aus den Lernpfaden als Einstimmung (ca. 60 min)
- 3) Vorstellung der Online-Materialien und der CD – Kurzinformation über die beteiligten Initiativen (Beispiele aus dem Bereich von mathe online, GeoGebra, ACDCA)
- 4) Gemeinsame Durchsicht eines Lernpfades: z.B. Differentialrechnung, oder als Alternative ein Lernpfad aus der Unterstufe (z.B. Kongruenz)
  - Vorphase: Aufbau eines Lernpfades erklären
  - Organisation der Materialien, welche Lernziele werden behandelt (ca. 20 min.)
  - Didaktischer Kommentar
  - Beispiele aus dem Lernpfad erleben (ca 1h +)
  - Arbeitsaufträge: wie hat der Lernpfad auf die Teilnehmer/innen gewirkt, was hat ihnen gefallen, Probleme – Rückmeldung, welche Lernmethoden wurden ihrer Meinung nach bei Schüler/innen unterstützt, was würden sie so nicht machen?
- 5) Aktivität: aus dem Lernpfad „Pythagoras 4. Klasse“ mit Hilfe der Bastelanleitung selbst das Skelett eines Oktaeders anfertigen (je 2 Teilnehmer/innen sollen zusammen arbeiten) – ca. 30 min.  
Reserveblätter vorbereiten! – Fragestellung: müssen solche Arbeitsaufträge computerunterstützt sein?
- 6) Präsentation: eLearning und Lernkultur – 35 min. (Powerpoint-Präsentation)
- 7) Einen weiteren Lernpfad selbst erleben (Auswahl nach den eigenen Möglichkeiten und Schwerpunkten):  
Zielsetzung – ein Highlight des Lernpfades vorstellen mit Begründung – 60 min.
- 8) Andere Initiativen vorstellen (Realmath, Homepage von Andreas Lindner, Linkliste von Anita Dorfmayr) – ca. 10 min.
- 9) Einsatz von Lernplattformen – ca. 10 min.
- 10) Feedbackrunde

## 6.1.2. Verwendete Materialien

Die folgenden Materialien sind auf der beiliegenden CD abgespeichert.

### 6.1.2.1. Powerpointpräsentation „Projektvorstellung“ – Walter Wegscheider

Vorstellung der Initiativen, Konzeption des Projekts.

### 6.1.2.2. „Blitzlichter“ – Markus Hohenwarter

Repräsentative Beispiele aus den Lernpfaden als Einstimmung für einen „idealen“ Medienmix.

## Blitzlichter

Hier finden Sie einige Blitzlichter, kleine ausgewählte Teile, aus Lernpfaden dieses Projekts. Diese sollen zeigen, wie vielfältig der Einsatz neuer Medien im Mathematikunterricht aussehen kann.

### Geometrie (2. Klasse)

- Reihenhause (GeoGebra kennen lernen)
- Roboter (Arbeitsblatt für GeoGebra), Ergebnis eines Schülers
- Kongruenzsatz WSW (Konstruktionsaufgabe, dyn. Konstruktionsprotokoll)
- Merkwürdige Punkte (Quiz)

### Pythagoras (3. / 4. Klasse)

- Pythagoras-Pyramide (.exe, Mediator Programm)
- Oktaeder-Skelett (Bastelanleitung)

### Zylinder - Kegel - Kugel (4. Klasse)

- Drehkegel (Animation)

### Beschreibende Statistik (4. Klasse)

- Beobachtungsaufträge zum Mittelwert von 4 bzw. 5 Zahlen (Flash Applet)
- Bevölkerung (Video zur Bedienung von Excel)

### Funktionen - Einstieg (5. Klasse)

- Schachtelbeispiel 1 (Flash Animation)
- Schachtelbeispiel 2 (Excel, Voyage, Derive Anleitung)

### Vektoren in der Ebene (5. / 6. Klasse)

- Pfeile/Vektoren (interaktive Übung mit GeoGebra)
- Anwendung mit CAS (Anleitung zu Derive, Voyage, MuPad)
- Rollfeld (dyn. Arbeitsblatt)

### Wahrscheinlichkeitsrechnung (6. / 7. Klasse)

- Ziegenproblem (Applet aus dem Netz)
- Geburtstag zu Weihnachten (Java Applet)

### Differentialrechnung (7. Klasse)

- Bogen von St. Louis (Anwendungsbsp., GeoGebra)
- Differentialquotient (dyn. AB als Überprüfung)
- Ableitungspuzzle (Puzzle, mathe-online)

### Integralrechnung (8. Klasse)

- Wasserverbrauch Fußballspiel (Arbeitsblatt)
- Grundstück am See (dyn. AB)
- Unter-, Obersummen (GeoGebra, per Hand, Derive)
- Flächeninhaltsfunktion (dyn. AB)

### Kryptographie (WPG)

- RSA-Algorithmus (Flash Applet)
- RSA-Algorithmus (für Derive)

### 6.1.2.3. Powerpointpräsentation „eLearning und Lernkultur“ – Gabriele Bleier

Grundsätzliche Überlegungen zum Einsatz von E-Learning-Materialien in Verbindung mit Lernkultur.  
(Siehe 5.2.3. – „Sinnvoller Medienmix“)



## 6.2. SEMINARE UND WORKSHOPS

Die Projektteilnehmer/innen haben sich bei der Planung der Seminar-Designs und Durchführung der Seminare und Workshops bei den Bundesseminaren in Amstetten und Rankweil aktiv beteiligt. Durch die Zusammenarbeit mit dem pädagogischen Institut Niederösterreich, Abteilung AHS wurde die Dissemination erleichtert. Es ist auch gelungen, andere Schultypen – hauptsächlich HAK, vereinzelt HTL – in die gemeinsamen Bundesseminartätigkeiten einzubeziehen. Eine verstärkte Seminartätigkeit im Bereich der Sekundarstufe I in Kooperation mit der APS wird zum Zeitpunkt des Projektabschlusses gerade aufgebaut. Dabei werden die personellen Kontakte zur Arbeitsgruppe M8-Bildungsstandards genutzt.

Viele der Projektteilnehmer/innen wirkten und wirken als bewährte Referent/innen bei verschiedensten Fortbildungsveranstaltungen und gewährleisteten dadurch Nachhaltigkeit.

## 6.3. NATIONALE TAGUNGEN

Während des Projektzeitraumes wurden die Ergebnisse bei verschiedenen bedeutenden nationalen Veranstaltungen zu Mathematikunterricht und E-Learning vorgestellt. Einige wichtige Aktivitäten waren:

- Bildung online, Hall in Tirol (8. - 10. Juni 2006)
- eLearning-Cluster-Tagung in Rohrbach, Oberösterreich (15. - 16. Mai 2006)
- ÖMG-Tagung, Wien (21. April 2006)
- Interpädagogika, Linz (10. November 2005)

## 6.4. INTERNATIONALE TAGUNGEN

### 6.4.1. 10. Internationale Tagung über Schulmathematik

**Mathematik – die Schlüsseltechnologie in Industrie und Wirtschaft**  
**26.2. – 1.3.2006, Technische Universität Wien**

Teilnehmer/innen: Anita Dorfmayr, Markus Hohenwarter

Die etwa 160 Teilnehmer/innen dieser Tagung waren vorwiegend österreichische AHS- und BHS-Lehrer/innen. Einige Teilnehmer/innen aus dem Bereich der Didaktik kamen aus dem europäischen Ausland und aus den USA.

Im Rahmen der Tagung wurden von Anita Dorfmayr und Markus Hohenwarter zwei Workshops mit dem Titel „Medienvielfalt im Mathematikunterricht – GeoGebra“ angeboten. Der erste Workshop widmete sich vor allem der Vorstellung der Lernpfade für die Unterstufe, im zweiten Workshop standen Oberstufen-Lernpfade im Vordergrund. Die GeoGebra-Elemente wurden deutlich hervorgehoben.

Das Interesse an den Workshops war sehr groß (gesamt ca. 60 Teilnehmer/innen), das Feedback der Teilnehmer/innen durchwegs positiv. Von einigen ausländischen Teilnehmer/innen kam der Wunsch nach einer englischsprachigen Version der Materialien.

### 6.4.2. DES-TIME-2006

**9. ACDCA Summer Academy, 7<sup>th</sup> International Derive and TI-CAS Conference**  
**20-23.7.2006, Dresden (Deutschland)**

Teilnehmer/innen: Anita Dorfmayr, Franz Embacher, Helmut Heugl, Walter Wegscheider

Im Rahmen dieser Tagung wurde das Projekt „Medienvielfalt im Mathematikunterricht“ in Form von Kurz-Vorträgen, eines Workshops und über informelle Gespräche vorgestellt. Die Teilnehmer/innen dieser internationalen Tagung waren Lehrer/innen und Didaktiker/innen mit Erfahrungen im Bereich Computeralgebra.

Es wurden einige Kurz-Vorträge (je ca. 20 Minuten) über das Projekt Medienvielfalt im Mathematikunterricht abgehalten. Entsprechende Publikationen zu diesen Vorträgen erscheinen bei den Conference Proceedings.

- Franz Embacher: The didactical significance of interactive animations
- Anita Dorfmayr: „Learning pathes“ in classroom teaching
- Anita Dorfmayr (stellvertretend für Markus Hohenwarter): Dynamic calculus in GeoGebra
- Helmut Heugl: Didactical principles of mathematics education supported by electronic media

Weiters boten Anita Dorfmayr, Franz Embacher und Helmut Heugl einen Workshop (90 Minuten) an. Dieser bot eine kurze Vorstellung des Projektes. In Form von „Blitzlichtern“ wurden charakteristische Elemente aus verschiedenen Lernpfaden der Unter- und Oberstufe präsentiert. Schwerpunkt des Workshops war die individuelle Arbeit der Teilnehmer/innen mit den Lernpfaden.

Walter Wegscheider hielt einen Vortrag mit dem Titel „Lösen von Problemen der Sphärischen Trigonometrie unter Zuhilfenahme von Computeralgebra – Parametrisierung und Visualisierung“.

### **6.4.3. 3<sup>rd</sup> YERME SUMMER SCHOOL (YESS-3)**

**7. – 13. August 2006, Jyväskylä (Finnland)**

Teilnehmerin: Anita Dorfmayr

Im Rahmen der Working Group „Information technologies in mathematics teaching and learning (software, Internet, etc.)“ wurde das Projekt Medienvielfalt im Mathematikunterricht in einem 20-minütigen Vortrag vorgestellt. Der Schwerpunkt lag dabei auf der Vorstellung der beiden Geometrie-Lernpfade aus der 2. Klasse von Anita Dorfmayr und Walter Klinger. Außerdem wurden an Hand dieser Lernpfade verschiedene methodische Konzepte für den Einsatz solcher Materialien im Unterricht vorgestellt.

Das Konzept „Lernpfad“ war den anderen Teilnehmer/innen in dieser Working Group (aus Deutschland, Frankreich, Spanien, Kolumbien und der Türkei) ebenso neu wie das Programm GeoGebra. Auch die verschiedenen methodischen Konzepte, die im Zusammenhang mit Lernpfaden verwendet werden können, bedurften genauerer Erklärung. Die Rückmeldungen waren durchwegs sehr positiv. Vor allem von den Teilnehmer/innen, die nicht aus Deutschland kamen, wurde allerdings bedauert, dass die Lernpfade nur in Deutsch vorliegen.

### **6.4.4. Guatemala**

**7. – 9. August 2006, Vorstellung der Lernpfade an der österreichischen Schule**

Teilnehmer: Mag. Andreas Lindner

Im Zuge einer schulinternen Fortbildung an der österreichischen Schule in Guatemala City wurde in Kooperation mit der dortigen deutschen Schule dynamische Geometrie-Software und elektronische Unterrichtsmaterialien für den Mathematikunterricht vorgestellt. An einem von drei Seminartagen stellte Andreas Lindner die Lernpfade des Projekts vor, die anschließend von den 12 Teilnehmer/innen erprobt wurden.



# Medienvielfalt im *Mathematikunterricht*

Forschungsprojekt des  
Bundesministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur  
bm:bwk

## Medienvielfalt im Mathematikunterricht

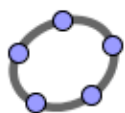
TEIL 7

# ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

verfasst von

Dr. Franz Embacher  
Dr. Helmut Heugl  
Dr. Markus Hohenwarter

Hollabrunn, Dezember 2006



GeoGebra



Eine Galerie multimedialer Lernhilfen

**mathe online**

für Schule, Fachhochschule,  
Universität und Selbststudium

## 7. ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

### Resume der drei Initiativen

#### 7.1. ACDCA

#### Die Rolle von ACDCA im Projekt „Medienvielfalt im Mathematikunterricht“

*Der Computer zwingt uns, über Dinge nachzudenken, über die wir schon längst hätten nachdenken sollen*

#### Der Weg von ACDCA zum Projekt

Die Rolle des Computers als mathematisches Werkzeug im Unterricht kann entsprechend seiner Entwicklung in zwei Phasen eingeteilt werden:

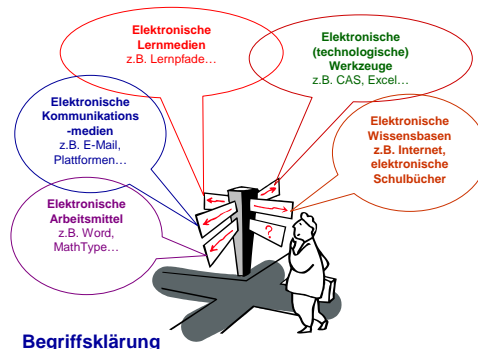
- Die erste Phase war gekennzeichnet durch die wachsende Bedeutung numerischer Methoden. Schüler/innen mussten beim Mathematiklernen zum üblichen Übersetzungsprozess von der Umgangssprache in die Sprache der Mathematik noch einen zweiten Übersetzungsschritt machen: Von ihrer Sprache der Mathematik in die Sprache des Computers.
- Die zweite Phase begann mit der Verfügbarkeit von Computeralgebra Systemen (CAS). Auch schon didaktisch aufbereitete Software wie Derive ersparte den Schüler/innen den zweiten Übersetzungsprozess – der Computer verstand plötzlich die mathematische Sprache der Schüler/innen. Wir starteten in Österreich zu Beginn der neunziger Jahre sehr früh – mit der Gründung von ACDCA – die Implementierung von CAS im Unterricht, begleitet von insgesamt fünf Forschungsprojekten zur Evaluation dieser Entwicklung.

Die wichtigsten Veränderungen betrafen nicht vorrangig die behandelten Inhalte, sondern die Art des Lernens und Lehrens, sowie eine Schwerpunktsverschiebung bei den erforderlichen mathematischen Tätigkeiten der Schüler/innen. Wir beobachteten:

- ein deutlich stärker schülerzentriertes, experimentelles Lernen,
- eine Verschiebung der Tätigkeit vom Ausführen zum Planen, sowie
- eine Schwerpunktsverschiebung vom bisher dominierenden Operieren zum Modellieren, Interpretieren und Argumentieren.

Eine Konsequenz dieser Ergebnisse war, Lern- und Lehrmethoden im CAS-unterstützten Unterricht verstärkt zum Gegenstand unserer Forschung zu machen.

Der nächste Entwicklungsschub für den Mathematikunterricht entstand aus der Verfügbarkeit elektronischer Wissensbasen, wie Internet und elektronischer Kommunikationsmedien. Gleichzeitig wurde die Vielfalt mathematischer Werkzeuge immer größer, erwähnt werden soll nur der Bereich der dynamischen Geometriesoftware oder die Nutzung von Applets für experimentelles Lernen. Eine bahnbrechende Innovation war die Entwicklung von GeoGebra – eine Software, die CAS und Dynamische Geometrie optimal verknüpft.



Java

Es war der Initiative des Bildungsministeriums vertreten durch MR Dr. Dorninger zu verdanken, dass verschiedene österreichische Initiativen zur Verbesserung des technologiegestützten Mathematikunterrichts zusammengeführt wurden. Das war auch der Start des Projekts „Medienvielfalt im Mathematikunterricht“.

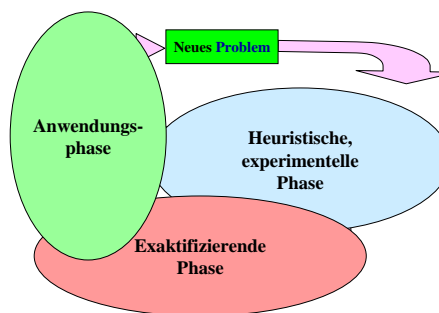
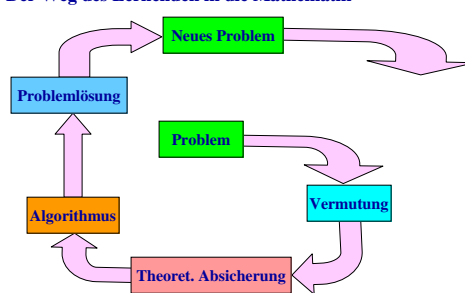
## Die Rolle von ACDCA im Projekt

Zu fünf Bereichen konnte ACDCA einen Beitrag leisten:

- ➡ Didaktische Begleitung gestützt auf der Erfahrung unserer CAS-Projekte:
  - Was soll wie warum gelernt werden?
  - Welche typischen Abläufe gibt es beim Lernen und Betreiben von Mathematik?
  - Welche fachlichen und fachdidaktischen Aspekte sollen im Laufe eines Lernpfades beachtet werden?
- ➡ Die Rolle von CAS als mathematisches Werkzeug in den verschiedenen Lernpfaden:  
 Gerade die Kooperation in diesem Projekt zeigte, dass zwischen den verschiedenen eingesetzten mathematischen Werkzeugen Java Applets, GeoGebra, Excel und CAS kein ausschließendes „entweder – oder“ gilt, sondern dass sie sich sehr gut im Lernprozess ergänzen. Jedes Werkzeug hat seine besonderen Vorteile im Laufe des Lernprozesses.

Beschreibt man den Weg des Lernenden auf einer Spirale [Buchberger, 1992], so kann man drei Phasen des Lernprozesses orten:

Der Weg des Lernenden in die Mathematik



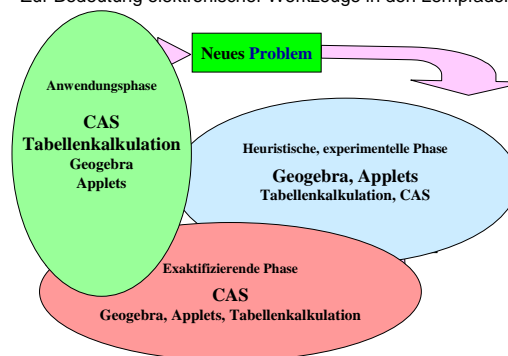
Während in der heuristischen, experimentellen Phase Werkzeuge wie Java Applets oder GeoGebra Vorteile haben, sind in der exaktifizierenden Phase und in der Anwendungsphase eher CAS-Werkzeuge wirksam.

Aufgabe der ACDCA Vertreter/innen war also, Wissen über den CAS spezifischen Einsatz von Werkzeugen einzubringen. Ein wichtiger Beitrag dazu ist auch das Angebot von Lern- und Bedienungshilfen zum Erwerb der nötigen CAS-Werkzeugkompetenz.

Zur Bedeutung elektronischer Werkzeuge in den Lernpfaden

- ➡ Die technologische Kompetenz von ACDCA-Vertreter/innen ist bei der Programmierung und Implementierung der Lernpfade wichtig.

- ➡ Die methodische Gestaltung der Lernpfade: Wie eingangs erwähnt beschäftigten wir uns in den CAS-Projekten sehr bald mit den Methoden von EVA (eigenverantwortlichem Arbeiten) bei CAS-gestütztem Unterricht. Weiters bringen ACDCA-Vertreter/innen auch E-Learning Erfahrung mit ein.



- ➡ Die organisatorische Erfahrung: Im Laufe unserer langjährigen Arbeit mit an Technologie interessierten Lehrer/innen aus ganz Österreich haben wir ein Netzwerk für technologiegestützten Unterricht aufgebaut. Diese Strukturen von unserer Zentrale am PI Hollabrunn, über Landeskoordinatoren und Referenten bis hin zu den Lehrer/innen ist bei der Verbreitung des Konzeptes „Medienvielfalt“ sehr nützlich.

## Die Rolle von ACDCA bei zukünftigen Projekten

Bedenkt man das positive Interesse und die steigende Bedeutung von Technologie im Unterricht des Zeitalters von Informations- und Kommunikationstechnologie, so sind die ersten 14 Lernpfade nur ein erster kleiner Schritt.

Möglich Arbeitsbereiche bei zukünftigen Projekten:

- Ausweitung der Lernpfadthemen auf weitere Inhaltsbereiche
- Weiterführung des Lernpfadkonzeptes bei den bisher einbezogenen Inhalten: Die derzeit verfügbaren Lernpfade sind, wie der Titel oft zeigt, Einführungen in bestimmte mathematische Kapitel. Daher dominiert oft die heuristische, experimentelle Phase des Lernens. Zukünftige Lernpfade sollten dort anknüpfen und auch die exaktifizierende und vor allem die Anwendungsphase in größerem Ausmaß abdecken.
- Internationale Kooperation auf dem Gebiet der Lernpfadforschung und –entwicklung: Vor kurzem wurde in Wien eine Kooperation mit E-Learning – Initiativen in Deutschland (Pentagramm-Gruppe unter der Leitung von Prof. Weigand) gestartet. Diese Kooperation sollte weiter geführt werden. Man muss nicht in allen Ländern das Rad neu erfinden und das „österreichische Rad“ kann dazu ein guter Beitrag sein.
- Stärkere Einbeziehung von Fragen der Leistungsmessung und Leistungsbewertung: Derzeit dominiert bei der Notenfindung die produktorientierte Leistungsmessung der Schularbeit. Der Anteil schülerzentrierten Lernformen nimmt zwar zu, ihre Bedeutung spiegelt sich allerdings in der Notenfindung kaum wider.

Die Gruppe ACDCA kann entsprechend ihrer Rolle beim laufenden Projekt zu allen Bereichen einen Beitrag leisten.

Bei den eingesetzten mathematischen Werkzeugen erwarten wir bei Einbeziehung der exaktifizierenden Phase und der Anwendungsphase in die Lernpfadentwicklung eine zunehmende Bedeutung von CAS. Dem kommt auch die geplante Weiterentwicklung von GeoGebra entgegen.

## **7.2. GEOGEBRA**

### **Die Rolle der Initiative GeoGebra im Projekt**

#### **Vorgeschichte der Initiative bis zum Projektstart**

Die Initiative „GeoGebra – dynamische Mathematik für die Schule“ entstand ab 2001 aus einer Diplomarbeit und später einer Dissertation im Bereich Didaktik der Mathematik von Markus Hohenwarter an der Universität Salzburg. Ab dem Schuljahr 2003/2004 konnte die frei verfügbare Software in österreichischen Schulen Fuß fassen. Durch die Möglichkeit der Entwicklung von dynamischen Webseiten mit GeoGebra wurde Andreas Lindner (Bad Ischl), der bereits große Erfahrung in der Entwicklung webbasierter Materialien hatte, auf die Software aufmerksam. Gabriele Jauck (Zell am See) begann damals mit dem parallelen Einsatz von GeoGebra und Derive in Notebook-Klassen.

Beim Bundesseminar in Amstetten im März 2004 wurden auf Betreiben von ACDCA auch GeoGebra Workshops angeboten, und es ergab sich die Gelegenheit zu einem ersten Treffen von Vertretern der Initiativen ACDCA, GeoGebra und Mathe-Online. Nach mehreren Begegnungen bei diversen Fortbildungsveranstaltungen in ganz Österreich kam Mitte 2004 von ACDCA und Mathe-Online die Einladung zur Mitarbeit von GeoGebra im Projekt „Medienvielfalt im Mathematikunterricht“. ACDCA hat große Kompetenz im Bereich des Einsatzes von Computeralgebra Systemen im Unterricht und Mathe-Online ist Spezialist im Bereich der Erstellung von webbasierten Materialien. Nachdem diese beiden Bereiche auch für die Initiative GeoGebra große Bedeutung haben, wurde diese Einladung gerne angenommen.

GeoGebra wurde im Projekt „Medienvielfalt im Mathematikunterricht“ von Markus Hohenwarter, Gabriele Jauck und Andreas Lindner vertreten.

#### **Auswirkungen der gemeinsamen Arbeit auf die Initiative GeoGebra**

Im Rahmen des Projekts wurde GeoGebra vor allem zur Erstellung von dynamischen webbasierten Materialien verwendet. Daher sind hier auch die meisten Impulse für eine Weiterentwicklung der Software zu sehen, die im Anschluss an dieses Projekt umgesetzt werden sollen. Durch die Öffentlichkeitsarbeit an den Medienvielfaltstagen und bei anderen Veranstaltungen sowie durch die kostenlose Verfügbarkeit der erstellten Lernpfade via Internet konnte der Bekanntheitsgrad von GeoGebra im deutschsprachigen Raum deutlich gesteigert und zahlreiche neue Nutzer gewonnen werden.

Sehr fruchtbar waren zudem die Diskussionen in den zahlreichen Treffen zwischen Vertretern der verschiedenen Initiativen. Die unterschiedlichen Sichtweisen und Erfahrungen führten in natürlicher Weise zu einer Reflexion der eignen didaktischen Konzepte und Herangehensweisen.

#### **Zukunftspläne**

Die Initiative GeoGebra hofft, die gemeinsamen Bemühungen für einen modernen und verständlichen Mathematikunterricht mit ACDCA und Mathe-Online auch in Zukunft fortsetzen zu können.

Die Software GeoGebra selbst soll in mehrere Richtungen weiterentwickelt werden. Einerseits ist eine weitere Vereinfachung der Bedienung für Schüler/-innen der HS und AHS Unterstufe geplant. Dazu gehören insbesondere Möglichkeiten zur Anpassung der Symbolleiste und Makros.

Andererseits soll auch der weitere Ausbau der Möglichkeiten im Bereich Computeralgebra untersucht werden. Besonders reizvoll wäre der Versuch der Koppelung von GeoGebra mit einem Open Source Computeralgebra System (z.B. Maxima). Dadurch könnte ein sehr universelles und kostenlos (!) verfügbares Werkzeug für HS, AHS und BHS entstehen.

## 7.3. MATHE ONLINE

### Beschreibung des Zugangs von *mathe online* vor dem Projekt

Neben dem „stehenden Material“ von *mathe online* war vor allem das Konzept der Lernpfade, wie sie auf der Plattform <http://www.mathe-online.at> erstellt werden konnten, der zentrale Angelpunkt zur Verankerung elektronischer Lernmedien im Mathematikunterricht.

- Zum „stehenden Material“:  
*mathe online* wird oft mit dem Einsatz interaktiver „Applets“ identifiziert. Tatsächlich war die Erstellung kleiner, begrenzte mathematische Situationen erhellende dynamische Einheiten ein wichtiger Aspekt der Aufbauarbeit. Das „stehende Material“ (zu dem auch interaktive Tests und mathematische Hintergrundtexte zählen) wurde vor allem im „kleinen Redaktionsteam“ P.O./F.E. entwickelt.
- Zum Konzept der Lernpfade:  
Das Konzept der Lernpfade wurde entwickelt, um einzelne „Lernobjekte“ (wie interaktive Applets, aber auch Arbeitsblätter und mathematische Texte) in einen konkreten pädagogischen Kontext zu stellen, andererseits aber auch ein gewisses Maß an Wiederverwendbarkeit (De-Kontextualisierung und Re-Kontextualisierung) zu garantieren. Im Gegensatz zum „stehenden Material“ war das Lernfad-Tool für die Benutzung durch alle interessierten LehrerInnen konzipiert.

Vor allem diese beiden Aspekte waren in den Projekten, die in den Jahren vor dem Medienvielfaltsprojekt im Schulbereich, aber auch an Universitäten und in der Erwachsenenbildung durchgeführt wurden (<http://www.mathe-online.at/projekte.html>) zentral.

Weniger gewichtet wurde in diesem Zugang die längerfristige Verwendung neuer Werkzeugtypen (vor allem Dynamische Geometrie und Computeralgebra) durch die SchülerInnen. Der Wunsch, diese stärker in das Lernpfadkonzept zu integrieren, stellte eine wesentliche Motivation für die Teilnahme am Medienvielfaltsprojekt dar.

### Auswirkungen und Einschätzungen der gemeinsamen Arbeit auf die Initiative *mathe online* durch das Projekt

Die bedeutendste Auswirkung der gemeinsamen Arbeit bestand in einer Vertiefung des Lernfad-Konzepts.

Während der Begriff des Lernpfads in den vergangenen ein bis zwei Jahren im Bildungsbereich zunehmend Verwendung fand, zeichnete sich eine Weiterentwicklung seiner Bedeutung ab: die Integration von Aspekten der „Neuen Lernkultur“ in elektronische Medien, die besonders in den Lernpfaden des Medienvielfaltsprojekts zum Ausdruck kam. In den Lernpfaden treten einige Züge (die in den ersten im Rahmen der Plattform *mathe online* erstellten Lernpfaden nur vereinzelt vorhanden waren) besonders hervor:

- Die Begleittexte zu den einzelnen Lernschritten (Lernobjekten) beziehen sich in verstärktem Ausmaß auf *Gruppen* von Lernenden. Insbesondere werden die Sozialformen, in denen die Aufgaben bearbeitet werden sollen, vorgeschlagen oder vorgegeben.
- Die Prinzipien des entdeckenden Lernens und der eigenverantwortlichen Organisation des Lernprozesses bilden einen integralen Bestandteil sowohl der Aufgabentexte als auch des Aufbaus eines Lernpfads.
- Die Lernpfade enthalten zahlreiche Bezüge auf die konkrete Klassensituation und Verweise auf Tätigkeiten, auch solche, die *nicht* am Computer durchzuführen sind (von Ausschneidevorlagen bis zu konkreten Anweisungen, was elektronisch *oder* handschriftlich zu dokumentieren ist).



Damit wird der Lernpfad zu einer Instanz der *Organisation des Lernprozesses*, die die wichtigsten Faktoren einer konkreten Lernsituation berücksichtigt, ohne aber bedingungslos am elektronischen Medium zu hängen.

Besonders erfreulich fand das **mathe online** Team, dass zwei Grenzen ohne Schwierigkeiten überwunden wurden:

- Das Ziel, Beispiele für den Einsatz einer Vielfalt von Medien und Werkzeugen (den „Medienmix“) zu entwickeln, wurde sicher erreicht. Damit wurde die Dimension der durch elektronische Lernhilfen abzudeckenden didaktischen Ziele zweifellos erweitert.
- Die absolut problemlose Kooperation von KollegInnen, die aus verschiedenen Initiativen kommen.

### **Zukunftspläne und Einschätzungen der Initiative *mathe online* für die nächste Zeit**

Ein besonders wichtiger Zukunftsplan ist der Wunsch, die erfolgreiche Zusammenarbeit fortzusetzen. Bereits die Diskussion um ein mögliches Folgeprojekt zeigte auf, wie viele Themen noch zu bearbeiten wären. Das **mathe online** Team schätzt die Chancen einer

- Fortsetzung (Folgeprojekt) und
- Ausweitung (Kooperationen mit anderen Initiativen)

der Projektaktivitäten als sehr positiv ein.

Darüber hinaus werden sonstige zukünftige Kooperations- und Projektaktivitäten den „Stempel“ unserer Erfahrungen im Medienvielfaltsprojekt tragen.

Das ursprüngliche Ziel, die Theorie der Mathematikdidaktik unter dem Blickwinkel elektronischer Lernhilfen zu vertiefen, wurde im Rahmen des Projekts weniger verfolgt (und daher auch weniger erreicht) als ursprünglich gehofft. In informellen Gesprächen wurde der Grund darin gesehen, dass gemeinsame Theorieentwicklung längerfristig zu sehen ist. Diese Diagnose stellt eine weitere Motivation dar, das Thema „Medienvielfalt im Mathematikunterricht“ auch in Zukunft gemeinsam zu bearbeiten.