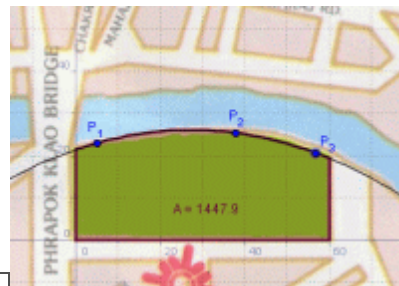


## Integralrechnung

Ihre Schülerinnen und Schüler können mit diesem Lernpfad die grundlegenden Begriffe und Zusammenhänge der Integralrechnung entdecken. Ausgehend vom Wasserverbrauch während einer Fußballübertragung wird das bestimmte Integral über Unter- und Obersummen erarbeitet. Begleitet von vielen Übungen führt der Weg über Flächeninhaltsfunktionen zum unbestimmten Integral und schließlich zum Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung.



Kurzhinformation	
Schulstufe	12. Schulstufe
Dauer	4 - 6 Stunden
Unterrichtsfächer	Mathematik
Verwendete Medien	Java-Applets, Dynamische Geometrie Software (GeoGebra), Computeralgebrasystem (Derive)
Technische Voraussetzungen	Java, Internet
Autoren	Markus Hohenwarter, Gabriele Jauck, Andreas Lindner

### Voraussetzungen

- Technische Voraussetzungen: Java (kostenlos von [www.java.com](http://www.java.com)), Internet; eventuell: GeoGebra (kostenlos von [www.geogebra.at](http://www.geogebra.at)), Derive
- Vorwissen der SchülerInnen: Differentialrechnung. Vorkenntnis zu GeoGebra oder Derive sind wünschenswert, aber nicht unbedingt erforderlich.

### Lerninhalte und Lernziele

Lerninhalt	Lernziel
Einstieg (Wasserverbrauch, Flächeninhalt eines Grundstücks)	Alltägliche Beispiele für die Berechnung von krummlinig begrenzten Flächen nennen können.
Unter- und Obersumme	Unter- und Obersummen charakterisieren können. Flächeninhalte näherungsweise mit Unter- und Obersummen berechnen können.
Bestimmtes Integral	Das bestimmte Integral als Grenzwert von Unter- und Obersummen definieren können. Das bestimmte Integral als mit Hilfe des Computers berechnen können.
Flächeninhaltsfunktion	Den Zusammenhang zwischen bestimmtem Integral und Flächeninhaltsfunktionen erklären können.
Stammfunktion	Stammfunktionen bestimmen können. Das bestimmte Integral mit Hilfe von Stammfunktionen berechnen können.
Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	Die Grundideen des Hauptsatzes nachvollziehen können.
Übungen	Flächeninhalte mit Hilfe von Stammfunktionen berechnen können

### Didaktischer Hintergrund

In diesem Lernpfad wird die Integralrechnung über das Problem der Berechnung krummlinig begrenzter Flächen eingeführt. Ausgegangen wird dabei von einem ungewöhnlichen und motivierenden Beispiel: dem Wasserverbrauch während eines Fußballspiels. Mit Hilfe der interaktiven Materialien können die SchülerInnen viele wichtige Zusammenhänge selbstständig entdecken. Um den Lernertrag zu sichern gibt es viele Übungen, in denen sie das eben Gelernte aktiv anwenden können.

## **Einsatz im Unterricht**

Bei den Materialien zu diesem Lernpfad finden Sie einen konkreten Vorschlag samt Ablaufplan zum Einsatz des Lernpfades im Unterricht (siehe *Lernspirale*). Selbstverständlich steht es Ihnen frei, diesen Vorschlag Ihren eigenen Bedürfnissen und Vorlieben anzupassen. Beim Einsatz dieses Lernpfades stehen Sie als Lehrperson Ihren SchülerInnen als Moderator mit Hilfestellungen zur Seite und organisieren den Ablauf (z.B. Wechsel der Sozialform, Gruppeneinteilung, ...). Für den Einsatz des Lernpfades im Unterricht sind verschiedene Szenarien denkbar:

- Einzelarbeit an einem PC
- Partnerarbeit an einem PC
- Stationenbetrieb mit mehreren PCs, bei denen jede Station aus einem Teil des Lernpfades besteht

Es ist nicht notwendig, dass der Lernpfad in aufeinanderfolgenden Stunden bearbeitet wird. In der Regel wird dies von der Verfügbarkeit von Computern abhängen. Inhaltlich steht es Ihnen frei, bestimmte Teile aus dem Lernpfad auszuwählen, die Reihenfolge ihrer Behandlung im Unterricht zu verändern oder Ihre SchülerInnen nur bestimmte Übungen bearbeiten zu lassen. Beispielsweise können Sie an geeigneter Stelle auch Übungen zum Thema "Flächeninhalte zwischen den Graphen zweier Funktionen" einbauen.

In diesem Lernpfad wechseln sich Arbeiten am Computer und im Heft ab. Daher sollte auf den Tischen neben den Computern genügend Platz zum Schreiben vorhanden sein. Wenn Sie möchten, können Sie Ergebnisdateien, die mit GeoGebra oder der Tabellenkalkulation erzeugt wurden, auch über eine Lernplattform abgeben lassen. Auf diese Art könnten Teile des Lernpfades auch als Hausübung gegeben werden.

## **Kombination der Medien**

In dem vorliegenden Lernpfad wird versucht, durch den Einsatz von interaktiven Internetseiten, der Programme GeoGebra und Derive Ihren SchülerInnen ein erforschendes Lernen von Mathematik zu ermöglichen. Die neu gewonnenen Erkenntnisse sollen im Anschluss daran durch händisches Rechnen vertieft und gefestigt werden. Besonders wichtig für die Ergebnissicherung sind neben der Arbeit am Computer daher auch Diskussionen in Kleingruppen und mit der ganzen Klasse.

## **Lernmedien der SchülerInnen**

Die SchülerInnen arbeiten mit diesem Lernpfad nicht nur am Computer. Sie sollen auch Definitionen und Ergebnisse von Übungen im Heft festhalten - auf diese Art kann ein Lerntagebuch zur Integralrechnung entstehen.

## **Leistungsbeurteilung**

Die Ergebnisse der SchülerInnen sollten als Basis für Diskussionen und Zusammenfassungen in Gruppen oder der ganzen Klasse verwendet werden, wobei die Mitarbeit der einzelnen SchülerInnen bewertet werden kann. Weitere Möglichkeiten zur Leistungsbeurteilung sind das Absammeln der Hefte, entsprechende Schularbeitsbeispiele, Hausübungsbeispiele in einer Lernplattform oder auch eine schriftliche Überprüfung der Mitarbeit am Ende des Lernpfades.

Die Leistungsbeurteilung hängt natürlich sehr stark davon ab, wie Sie den Lernpfad im Unterricht einsetzen. So wird sich die Beurteilung prinzipiell beim Einsatz einer Lernplattform auf andere Kriterien stützen müssen als beim Einsatz des Lernpfades zur Wiederholung und Festigung eines schon großteils bekannten Lerninhalts.